Rozwiazania kilku zadan z Metod Komputerowych
II stopień kierunku Budownictwo

1. Moduł styczny:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma_0 \alpha}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m$$

   Różniczkując stronami po $\mathrm{d}\epsilon$ mamy:

$$\frac{\mathrm{d}\epsilon}{\mathrm{d}\epsilon} = 1 = \frac{1}{E}\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\epsilon} + \frac{\alpha m}{E}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{m-1}\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\epsilon}$$

$$E_T = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\epsilon} = \frac{E}{1 + \alpha m \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^{m-1}}$$

2. Zależność modułów:

$$\mathrm{d}\epsilon = \mathrm{d}\epsilon^{\mathrm{e}} + \mathrm{d}\epsilon^{\mathrm{p}}$$

$$\mathrm{d}\sigma = E_T \mathrm{d}\epsilon \ , \qquad \mathrm{d}\sigma = E \mathrm{d}\epsilon^{\mathrm{e}} \ , \qquad \mathrm{d}\sigma = H \mathrm{d}\epsilon^{\mathrm{p}}$$

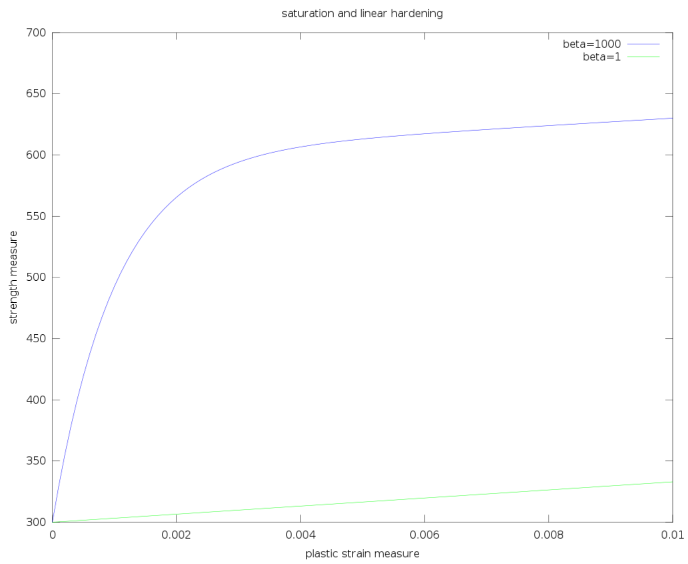
$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{E_T} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{E} + \frac{\mathrm{d}\sigma}{H}$$

$$\frac{1}{E_T} = \frac{1}{E} + \frac{1}{H}$$

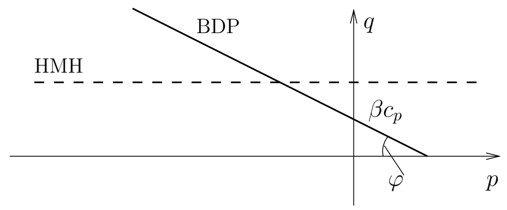
3. Przepis wzmocnienia:

$$\bar{\sigma}(\kappa) = \sigma_y^{\infty} + (\sigma_y^0 - \sigma_y^{\infty}) \exp(-\beta\kappa) + H\kappa$$

   Wzmocnienie ma charakter liniowy dla $\beta = 0$, a saturacyjny dla $H = 0$.



4. Powierzchnia plastyczności Burzyńskiego-Druckera-Pragera: $f(\boldsymbol{\sigma}, \kappa) = q + \alpha p - \beta c_p(\kappa) = 0$, $q = \sqrt{3J_2^{\sigma}}$, $p = \frac{1}{3}I_1^{\sigma}$. Przekrój tej powierzchni płaszczyzną oktaedryczną przechodzącą przez początek układu współrzędnych $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ jest kołem o promieniu βc_p.



5. Definicje dla tarczy:

$$n_{xy} = n_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} \mathrm{d}z = \sigma_{xy} h\,, \quad (m_{xy} = m_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z \mathrm{d}z)$$

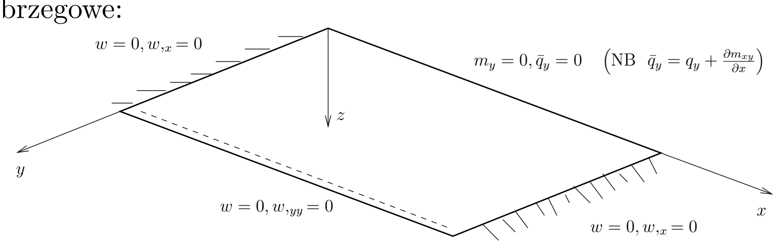
$$n_1 = \frac{1}{2}(n_x + n_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(n_x - n_y)^2 + 4n_{xy}^2}$$
$$n_2 = \frac{1}{2}(n_x + n_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(n_x - n_y)^2 + 4n_{xy}^2}$$
$$(\mathrm{tg}\, 2\alpha = \frac{2n_{xy}}{n_x - n_y}\,, \quad \alpha = \angle(x, 1))$$

6. Dla tarczy dwukierunkowo ściskanej stałym obciążeniem rozłożonym na brzegu o intensywności q (układ współrzędnych założono w środku tarczy):

$$n_x = n_y = -q\,, \quad n_{xy} = 0$$

$$\epsilon_x = \epsilon_y = -\frac{1-\nu}{Eh} q\,, \quad \epsilon_{xy} = 0$$
$$\epsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}\,, \quad u_x = -\frac{1-\nu}{Eh} qx$$
$$\epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}\,, \quad u_y = -\frac{1-\nu}{Eh} qy$$

7. Warunki brzegowe:



8. Funkcja ugięcia płyty prostokątnej o wymiarach $2a \times 2b$ wyraża się wzorem:

$$w(x, y) = (1 - \xi^2)(1 - \eta^2), \;\; \xi = x/a, \; \eta = y/b, \; \xi, \eta \in [-1, 1]$$

Krzywizny i spaczenie:

$$\kappa_{xx} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{2}{a^2}(1 - \eta^2)$$
$$\kappa_{yy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{2}{b^2}(1 - \xi^2)$$
$$\kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -\frac{8}{ab}\xi\eta$$