Mechanika uszkodzenia i pękania

Wykład 4 z SOKI, specjalość *BIM*

Jerzy Pamin

e-mail: Jerzy.Pamin@pk.edu.pl

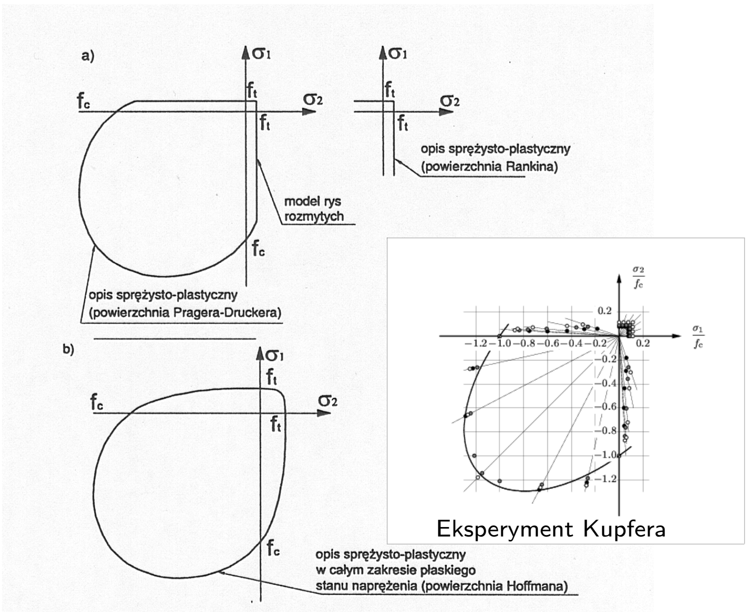
Katedra Technologii Informatycznych w Inżynierii
Politechnika Krakowska

Podziękowania:

A. Wosatko, A. Winnicki
DIANA FEA `www.dianafea.com`

Modelowanie betonu

Płaski stan naprężenia

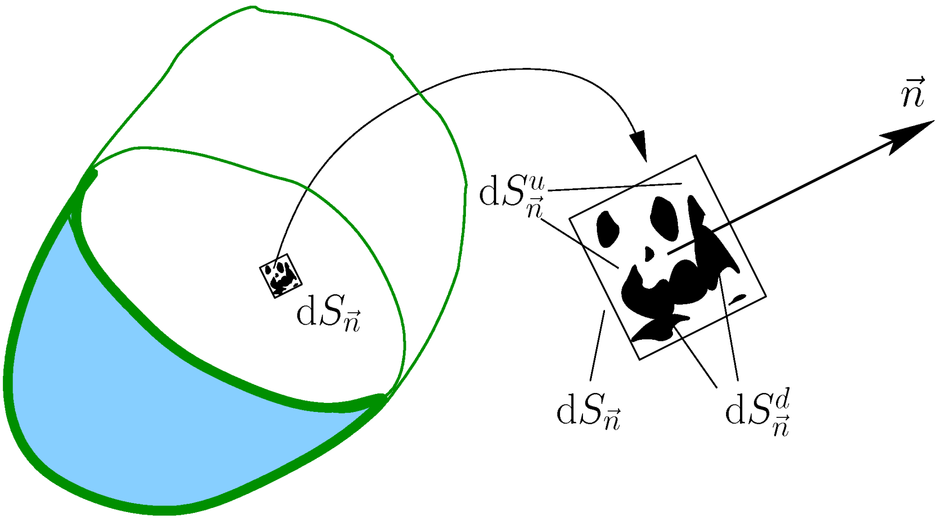


Funkcja „plastyczności” Rankine'a: $f(\boldsymbol{\sigma}, \kappa) = \sigma_1 - \bar{\sigma}(\kappa) = 0$

Kryterium zarysowania $\sigma_1 = f_t$

Pojęcie uszkodzenia [1-4]

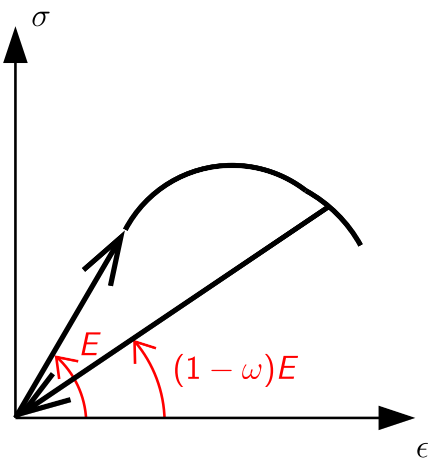
Miara uszkodzenia mikrostruktury pod obciążeniem (*damage*)



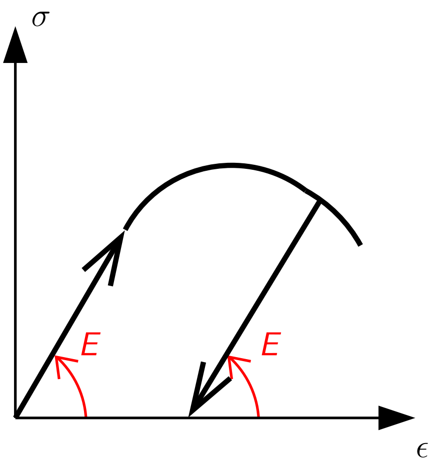
$$\mathrm{d}S_{\vec{n}} = \mathrm{d}S_{\vec{n}}^{d} + \mathrm{d}S_{\vec{n}}^{u} \qquad \omega(\vec{n}) = \frac{\mathrm{d}S_{\vec{n}} - \mathrm{d}S_{\vec{n}}^{u}}{\mathrm{d}S_{\vec{n}}} = \frac{\mathrm{d}S_{\vec{n}}^{d}}{\mathrm{d}S_{\vec{n}}}$$

Mechanika uszkodzeń a teoria plastyczności

Uszkodzenie $\rightarrow$ degradacja sztywności sprężystej



Mechanika uszkodzeń



Teoria plastyczności

Możliwości opisu uszkodzenia

Związek konstytutywny

Uszkodzenie anizotropowe

Równanie konstytutywne dla tensora uszkodzenia czwartego rzędu:

$$\boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Omega}) : \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\epsilon}$$

Uszkodzenie izotropowe

Równanie konstytutywne dla opisu dwuparametrowego:

$$\boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Omega}) : \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\epsilon}; \quad \boldsymbol{\Omega} = \omega_1 \, \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + \omega_2 \, \mathbf{I}$$

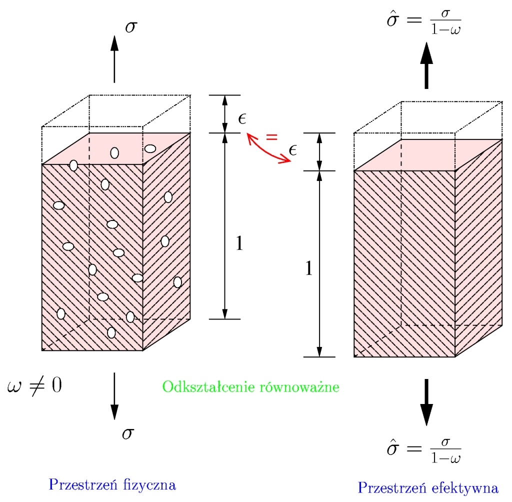
Równanie konstytutywne dla opisu skalarnego:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - \omega) \, \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\epsilon}$$

Równoważność odkształceń – naprężenie efektywne

Postulat

Odkształcenie związane ze stanem uszkodzonym ciała pod wpływem danego naprężenia odpowiada odkształceniu związanemu ze stanem nieuszkodzonym tego ciała pod wpływem naprężenia efektywnego.



Równoważność

$$\epsilon = \hat{\epsilon}$$

Naprężenie efektywne

$$\sigma = (1 - \omega) \, \hat{\sigma}$$

$$\hat{\sigma} = E\epsilon$$

Skalarny model mechaniki uszkodzeń

Opis w przestrzeni odkształceń

Funkcja uszkodzenia w przestrzeni odkształceń

$$f^{\mathrm{d}} = \tilde{\epsilon}(\boldsymbol{\epsilon}) - \kappa^{\mathrm{d}} = 0$$

$\tilde{\epsilon}$ – odkształcenie równoważne
κ^{d} – parametr historii uszkodzenia

Warunki obciążenie-odciążenie

$$\dot{\kappa}^{\mathrm{d}} \geq 0\,, \quad f^{\mathrm{d}} \leq 0\,, \quad \dot{\kappa}^{\mathrm{d}} f^{\mathrm{d}} = 0$$

Dla redukcji zależności wyników obliczeń od gęstości siatki MES (rozmiaru elementu h^e) stosuje się uśrednianie miary odkształcenia $\tilde{\epsilon} \rightarrow \bar{\epsilon}$ (model nielokalny).

Definicje odkształcenia równoważnego

Powierzchnie uszkodzenia

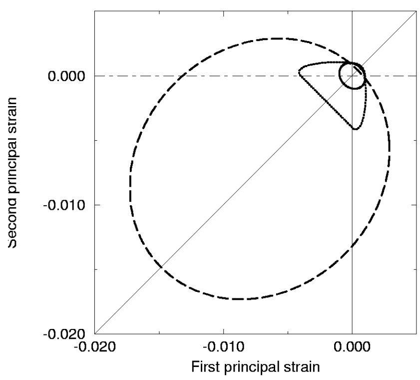
- Miara energii sprężystej

  $\tilde{\epsilon} = \sqrt{\frac{1}{E}\boldsymbol{\epsilon} : \mathbf{D}^e : \boldsymbol{\epsilon}}$

- Miara dodatnich odkształceń głównych (definicja Mazarsa)

  $\tilde{\epsilon} = \sqrt{(h(\epsilon_1))^2 + (h(\epsilon_2))^2 + (h(\epsilon_3))^2}$

- Zmodyfikowane kryterium Hubera-Misesa-Hencky'ego *(modified von Mises)*



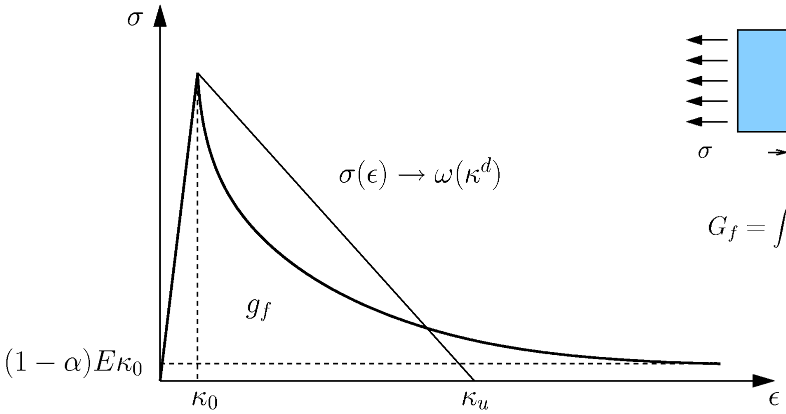
$$\tilde{\epsilon} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1 + \frac{1}{2k}\sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu} I_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2}$$

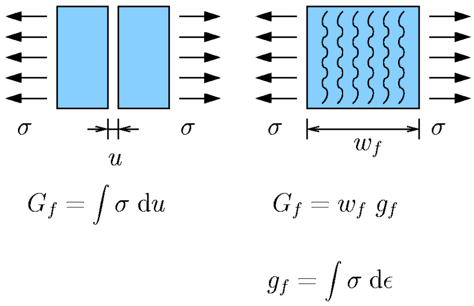
Funkcje wzrostu uszkodzenia

Przykłady

$$\omega = \omega(\kappa^{\mathrm{d}})$$

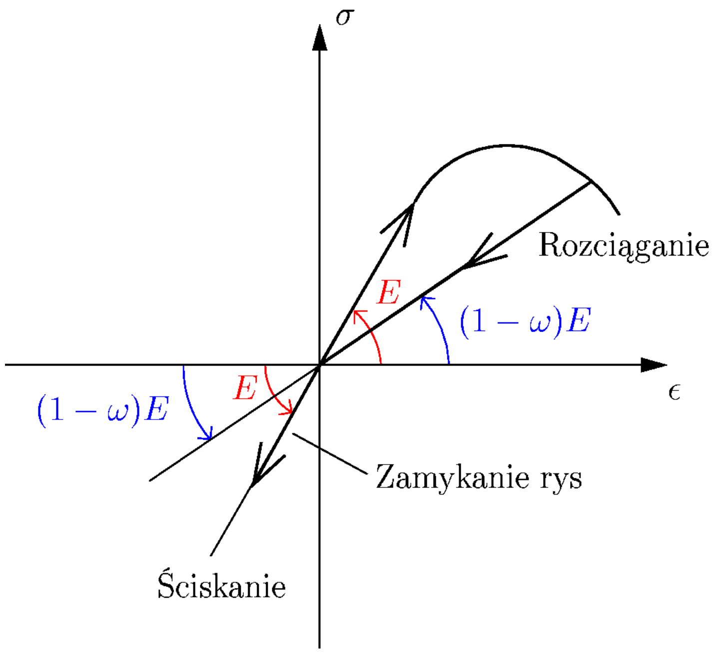
- Osłabienie liniowe
- Osłabienie eksponencjalne: $\omega(\kappa^{\mathrm{d}}) = 1 - \frac{\kappa_{\mathrm{o}}}{\kappa^{\mathrm{d}}}\left(1 - \alpha + \alpha e^{-\eta(\kappa^{\mathrm{d}} - \kappa_{\mathrm{o}})}\right)$



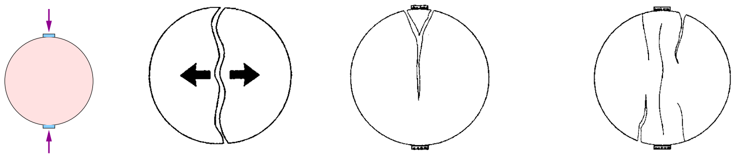


Zjawisko zamykania rys

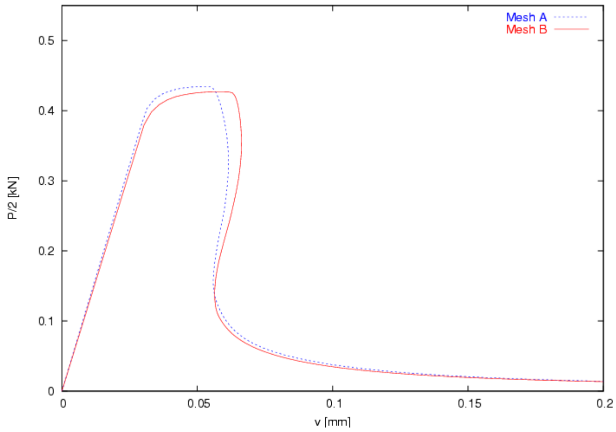
Jaka sztywność przy ściskaniu po zarysowaniu?

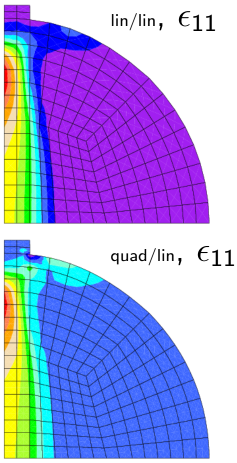


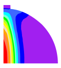
Brazylijski test rozłupywania próbki



Idealizacja rozłupywania | Klinowanie | Rysy pierwote i wtórne

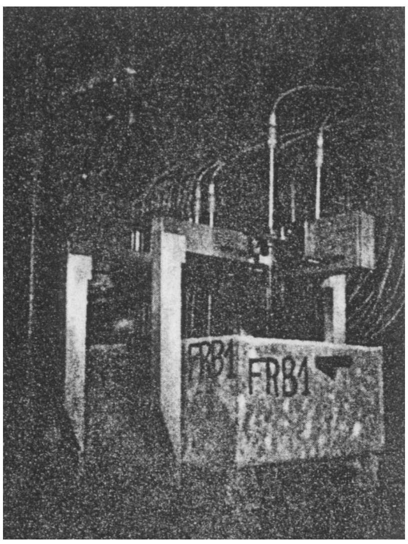


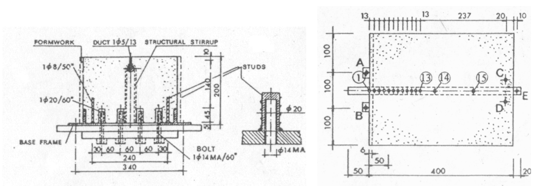


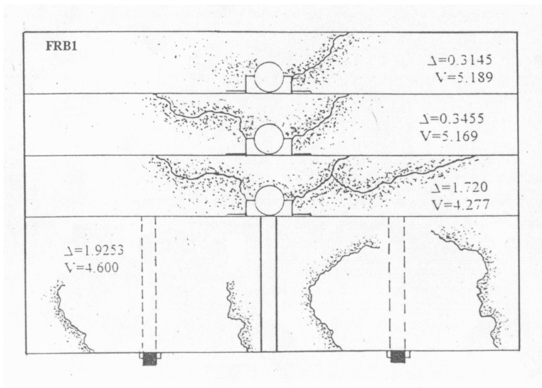
 Ewolucja miary odkształcenia $\bar{\epsilon}$

Test kołkowego działania zbrojenia [5]

Eksperyment







Kołkowe działanie zbrojenia – symulacja

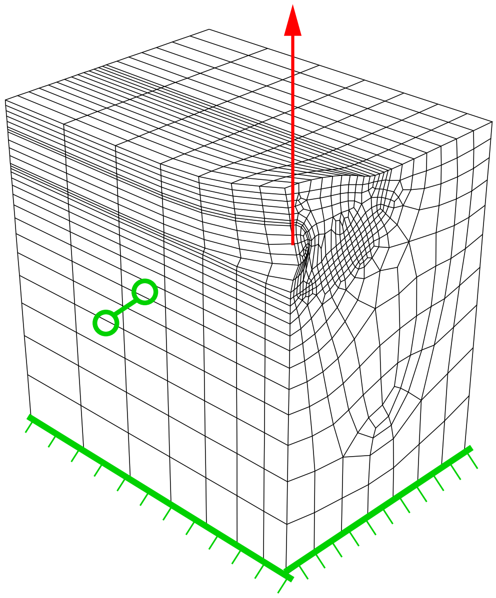
Dane geometryczne, warunki brzegowe, założenia upraszczające

Wymiary całego obszaru:

	mm
Długość	400
Szerokość	300
Wysokość	200

Założenia:

- pionowa płaszczyzna symetrii przez oś pręta
- pominięta w obliczeniach tylna połowa obszaru
  1. płaszczyzna przekroju bez więzów
  2. w płaszczyźnie przekroju zablokowane przemieszczenie poziome, równoległe do pręta
- interfaza pomiędzy betonem i prętem zbrojeniowym



Kołkowe działanie zbrojenia – symulacja

Dane materiałowe

Beton: mechanika uszkodzeń

Moduł Younga: $E_c = 35600$ MPa
Współcz. Poissona: $\nu = 0.2$
Wytrz. na rozciąganie: $f_t = 3.64$ MPa
Wytrz. na ściskanie: $f_c = k \cdot f_t$, $k = 10$

Osł. eksponencjalne $\alpha = 0.98 \quad \eta = 550$

Energia pękania: $G_f = 0.0867\mathrm{N/mm}$
Wewn. skala długości: $l = 2\sqrt{2}$ mm
Próg uszkodzenia:
$\kappa_o = 10.225 \times 10^{-5}$

Interfaza: mechanika uszkodzeń

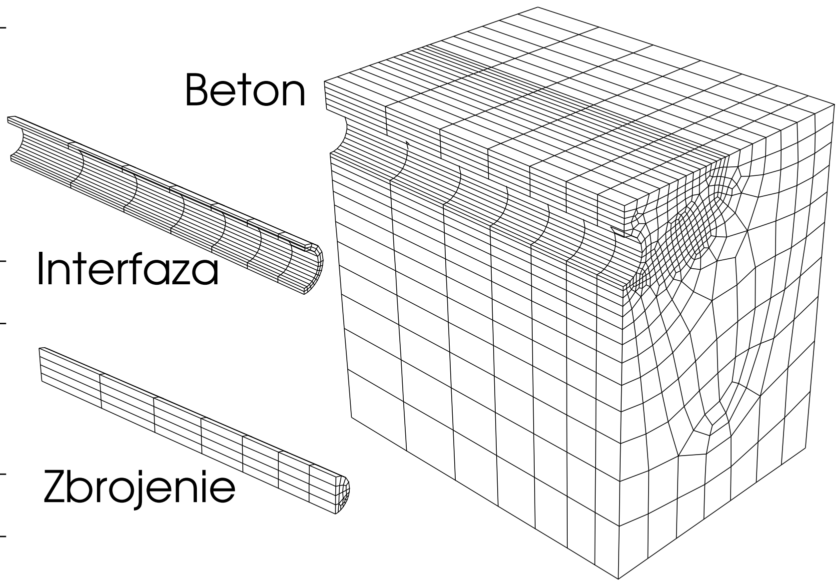
Moduł Younga: $E_c^* = E_c/2$
Wytrz. na rozciąganie: $f_t^* = 2.912$ MPa

Osł. eksponencjalne $\alpha = 0.98 \quad \eta = 450$

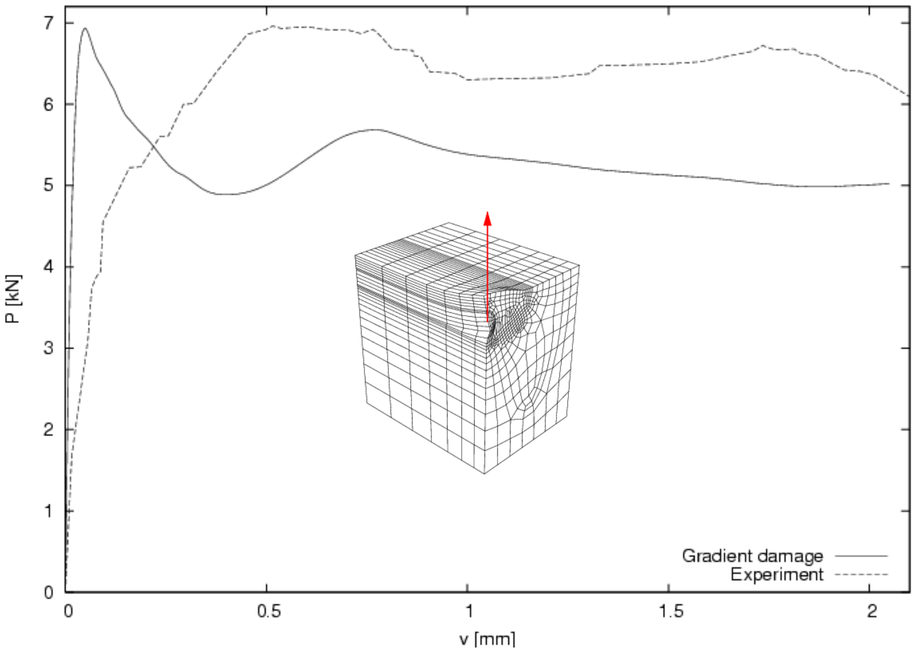
Próg uszkodzenia:
$\kappa_o = 16.36 \times 10^{-5}$

Zbrojenie: stal sprężysta

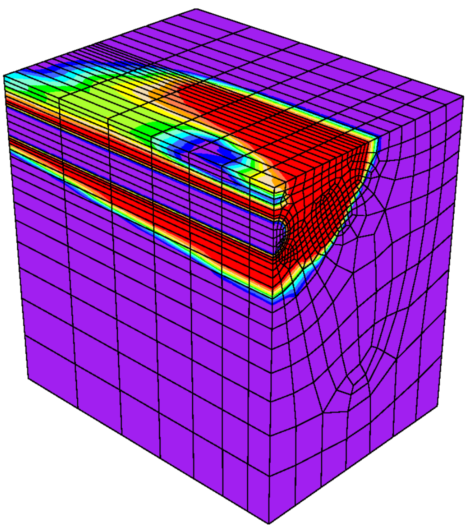
Moduł Younga: $E_s = 206000$ MPa
Współcz. Poissona: $\nu = 0.3$



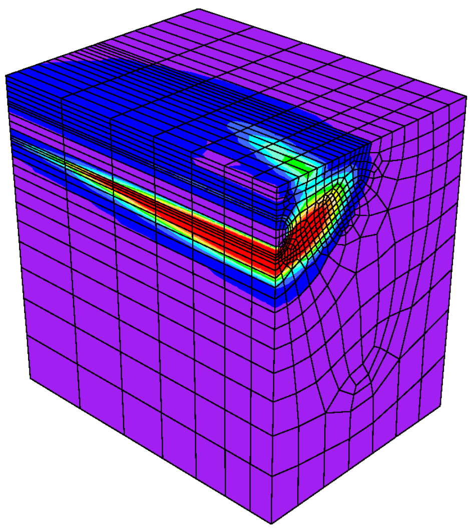
Test działania kołkowego zbrojenia



Wyniki dla fazy końcowej



Uszkodzenie



Uśrednione odkształcenie

W modelu nielokalnym szerokością strefy uśredniania odkształceń można sterować za pomocą tzw. wewnętrznego parametru długości.

Zakres mechaniki uszkodzeń i mechaniki pękania

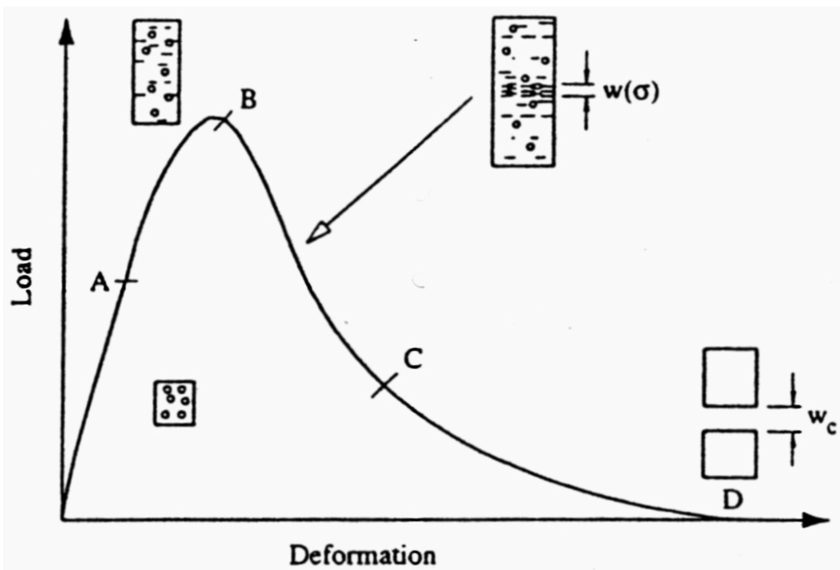
PROCES USZKODZENIA			PROCES PĘKANIA		
Stan początkowy	Mikro- uszkodzenia	Makro- uszkodzenia	Rysy dyskretne	Dociążenie	Całkowite zniszczenie
Mikrorysy Mikrodefekty Ubytki Niejednorodności	Łączenie → Wzrost → Propagacja	Makrorysy Degradacja materiału	Propagacja → Wzrost → Łączenie	Koncentracja naprężeń Rysy wtórne	

MECHANIKA USZKODZEŃ

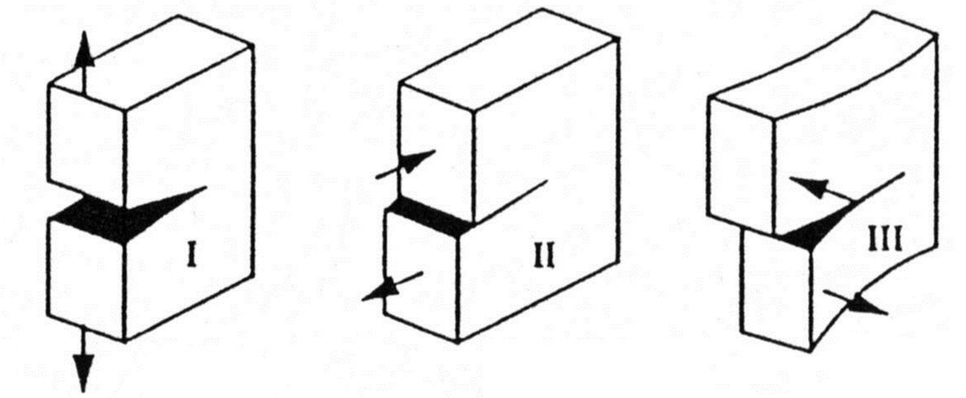
MECHANIKA PĘKANIA

Zakres mechaniki uszkodzeń i mechaniki pękania [6]

Uszkodzenie kontinuum → rysa dyskretna



Formy pękania



Forma *(mode)*:

I. Rozrywanie – na skutek rozciągania lub zginania, pękanie w kierunku prostopadłym do sił

II. Poprzeczne ścinanie – powierzchnie rysy przesuwają się w kierunku prostopadłym do frontu rysy

III. Podłużne ścinanie – powierzchnie rysy przesuwają się w kierunku równoległym do frontu rysy

Naprężenie w wierzchołku rysy

W liniowo sprężystym modelu mechaniki pękania *(LEFM)* w wierzchołku rysy *(crack tip)* niektóre składowe tensora naprężenia mogą zmierzać do nieskończoności (osobliwość), zakłada się zachowanie sprężyste wszędzie z wyjątkiem nieskończenie małego otoczenia wierzchołka rysy oraz brak naprężeń na powierzchni rysy.

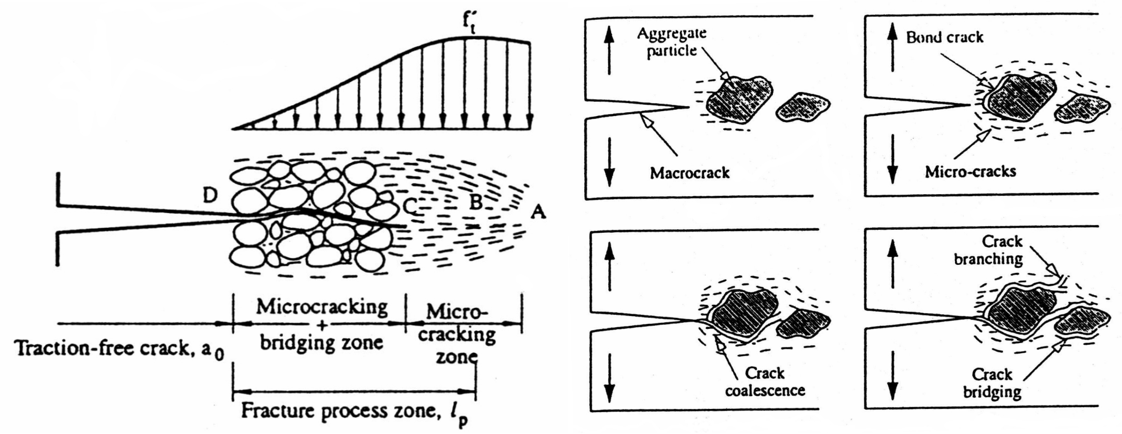
Dla określenia stanu krytycznego osobliwości wprowadzono pojęcie współczynnika intensywności naprężeń *(SIF)*, określającego koncentrację naprężeń i oznaczanego dla I formy pękania K_1. Jeśli np. wytrzymałość na pękanie stali K_{cr}=50MPa·m$^{0.5}$ to przy $K_1 \geq K_{cr}$ rysa się propaguje.

Można oszacować, jaka jest długość propagacji rysy *(crack growth length)* i kierunek propagacji, a także jaka jest prędkość zmniejszania się energii potencjalnej ciała przy wzroście rysy.

Wiemy, że nośność materiału jest skończona i nie może przekroczyć wartości naprężenia krytycznego (granicy plastyczności, wytrzymałości). Dlatego w nieliniowej mechanice pękania *(NLFM)* przed frontem rysy zakłada się pewną strefę niesprężystą.

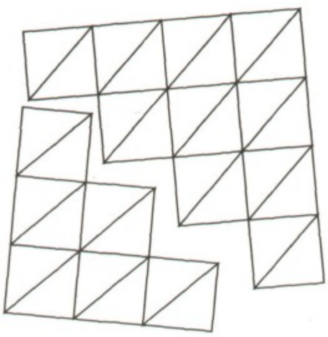
Nieliniowa mechanika pękania

Zjawiska zachodzące wokół frontu rysy w materiale niejednorodnym

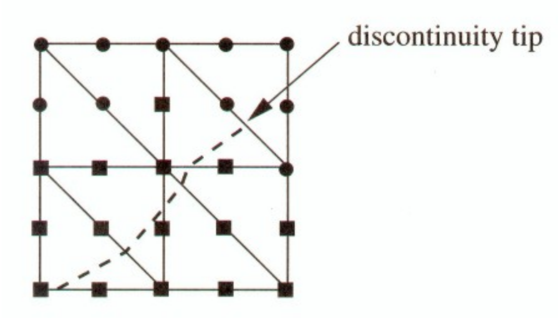


Modele nieciągłości [7]

Możliwy jest opis ośrodka nieciągłego, w którym części składowe są połączone interfejsem lub występują pęknięcia (rysy dyskretne). W tym celu stosuje się interfejsowe elementy skończone lub podejście XFEM.

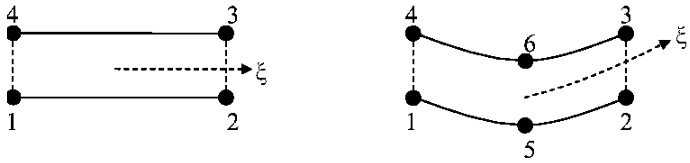


Dyskretne interfejsy wzdłuż granic elementów skończonych

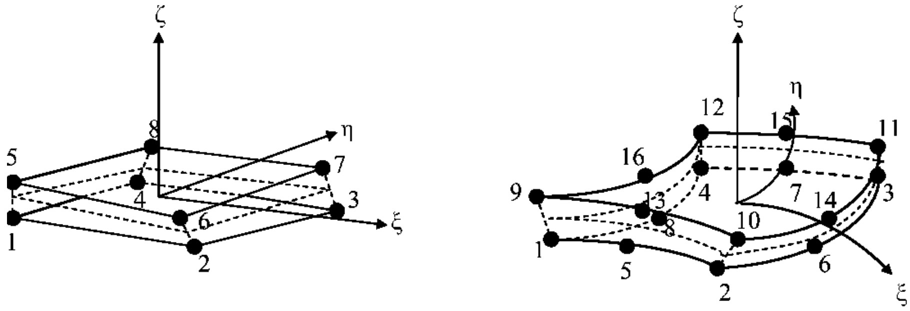


Metoda podziału jedności – rysa biegnie dowolnie przez elementy

Interfejsowe elementy skończone 2D i 3D



Podstawowa niewiadoma:
przemieszczenie względne dwóch ścian/stron interfejsu



Interfejsy mają zazwyczaj nieliniowe charakterystyki, reprezentując np. tarcie, adhezję, pękanie.

Elementy interfejsowe

$$\mathbf{t} = \mathbf{D}\ \mathbf{\Delta u}$$

Dla interfejsu 2D w modelu 3D:

$$\mathbf{t} = [t_n\ t_t\ t_s]^{\mathrm{T}}$$

Względne przemieszczenie $\mathbf{\Delta u}$ stron (A) i (B) interfejsu

$$\mathbf{\Delta u} = [\mathbf{\Delta} u_n\ \mathbf{\Delta} u_t\ \mathbf{\Delta} u_s]^{\mathrm{T}}$$

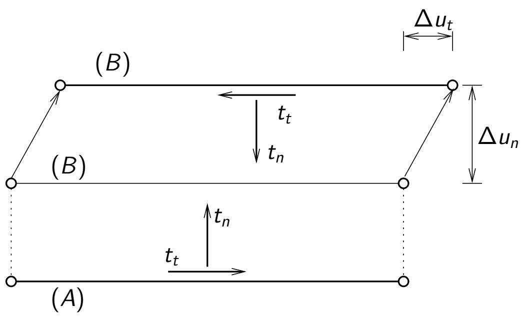
$$\mathbf{u} = [u_n^{(A)}\ u_n^{(B)}\ u_t^{(A)}\ u_t^{(B)}\ u_s^{(A)}\ u_s^{(B)}]^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{\Delta u} = \mathbf{L u}\,,\quad \mathbf{u} = \mathbf{N}\ \mathbf{d}^e$$

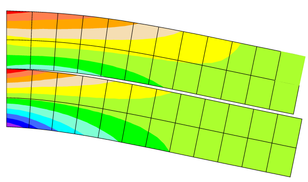
$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Delta u} = \mathbf{LN}\ \mathbf{d}^e$$

Interfejs w modelu 2D

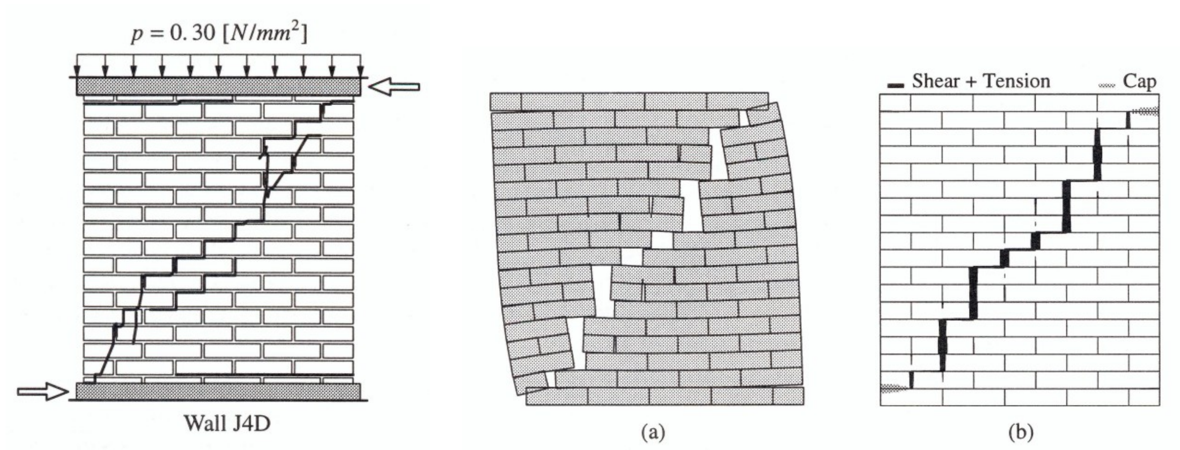


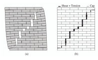
Przykłady zastosowania



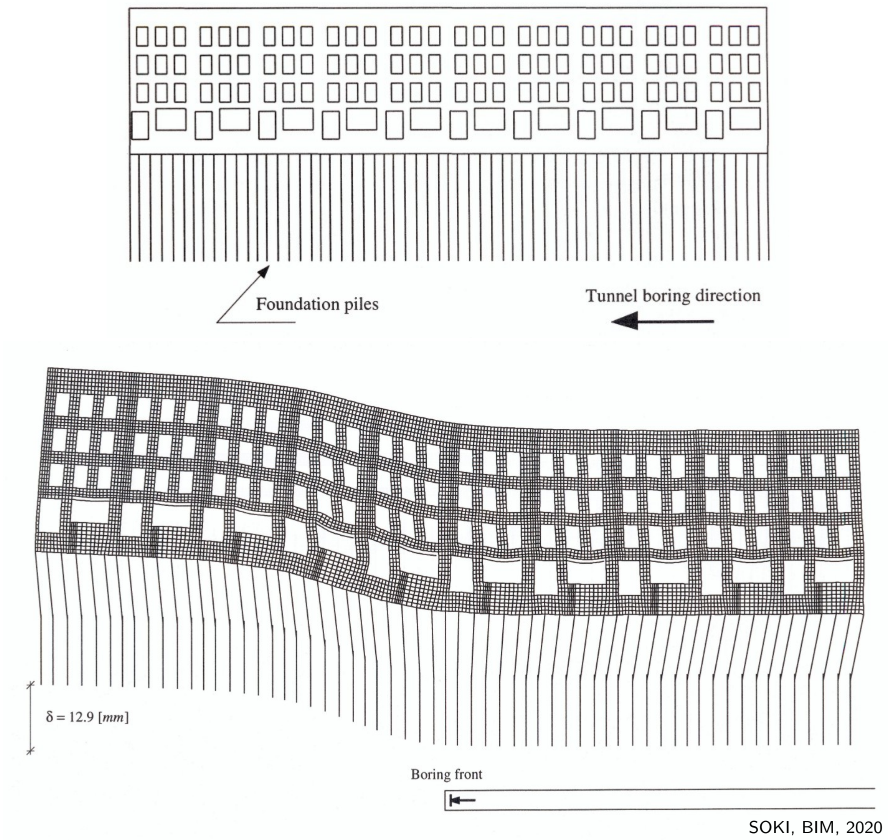
Zarysowanie przy zginaniu

Symulacja zarysowania w murach pakietem DIANA [8]




Animacja zarysowania przy ścinaniu

Budowa metra w Amsterdamie (Noord/Zuidlijn)



Literatura

[1] M. Jirásek and Z.P. Bažant. *Inelastic Analysis of Structures.* J. Wiley & Sons, Chichester, 2002.

[2] J. Lemaitre and J.-L. Chaboche. *Mechanics of Solid Materials.* Cambridge University Press, 1990.

[3] M.G.D. Geers. Continuum Damage Mechanics. Fundamentals, Higher-order Theories and Computational Aspects. Lecture notes, Eindhoven University of Technology, 1998.

[4] J. Skrzypek. *Podstawy mechaniki uszkodzeń.* Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 2006.

[5] M. di Prisco, M.L. Caruso and S. Piatti. On fiber role in dowel action. *Studi e Ricerche*, Politecnico di Milano, 15, 1994.

[6] W. Karmowski. *Podstawy mechaniki pękania.* Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, 1979.

[7] G. N. Wells. *Discontinuous modelling of strain localisation and failure, Doctoral dissertation, Delft University of Technology, 2001.*

[8] P.B. Lourenco. Computational strategies for masonry structures. *Doctoral dissertation, Delft University of Technology, 1996.*

Pytania

1. Wyjaśnić sens naprężenia efektywnego w modelu uszkodzenia. Objaśnić związek konstytutywny w skalarnym modelu uszkodzenia dla 3D.
2. Jakie wyróżnia się formy pękania? Czym różni się teoria liniowo sprężystej od nieliniowej mechaniki pękania? Co określa współczynnik intensywności naprężeń?
3. Jak można uwzględnić nieciągłości w analizie MES? Jakie wielkości fizyczne wiążą ze sobą związki fizyczne w elementach interfejsowych? Do czego się ich używa w modelowaniu MES?
4. Zilustrować i zapisać związki dla abstrakcyjnego zagadnienia kontaktowego.