Zadania z Metod obliczeniowych - cz. I

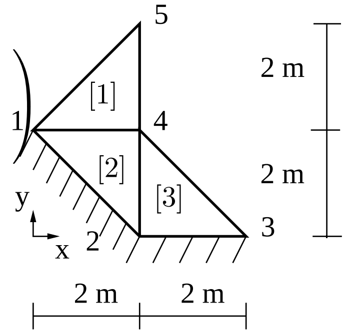
1. Wyprowadzić sformułowanie słabe dla zagadnienia:
   znaleźć $u(x) \in C^2$ *, takie że*

$$\begin{cases} -3\frac{d^2u}{dx^2} + u = 3 \qquad \forall x \in (0,4) \\ u(0) = 0 \\ 3\frac{du}{dx}(4) = 2 \end{cases}$$

   Obliczyć współczynniki macierzy i wektora elementu [0.5,1] z liniowymi funkcjami kształtu.

2. Zastosować MES do rozwiązania zagadnienia Laplace'a (f=0) w obszarze zdyskretyzowanym trzema jednakowymi elementami skończonymi ($[1], [2], [3]$) i węzłami ponumerowanymi jak na rysunku.
   Przyjąć na części brzegu (1-2-3) warunki typu Dirichleta $\hat{T} = (x^2 - y^2) \cdot 20^o C$, a na pozostałej warunki typu Neumanna $\hat{q} = 100\, W/m^2$.

   Element $[2]$, z węzłami kolejno 2,4,1, ma macierz $\boldsymbol{K}_2^e = \begin{pmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$



3. Dla dyskretyzacji jak na rysunku znane jest rozwiązanie w węzłach: T(1)=0, T(2)=8, T(3)=34, T(4)=4.

* Stosując liniowe funkcje kształtu obliczyć temperaturę wzdłuż trzech wysokości elementu $[2]$.
  Jaka jest temperatura w środku ciężkości elementu $[1]$.

* Stosując liniowe funkcje kształtu obliczyć macierz i wektor elementu $[2]$, wiedząc że $\hat{q} = 50\, W/m^2$, $f = 200\, W/m^3$.