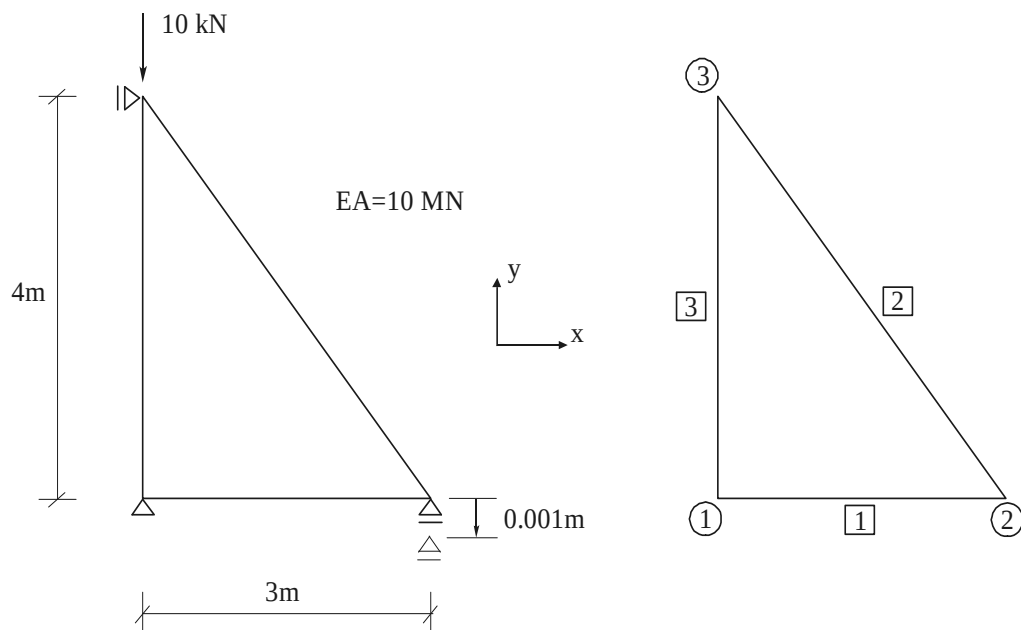




Definicja macierzy sztywności i transformacji

ORIGIN := 1

$$T(\cos, \sin) := \begin{bmatrix} \cos & \sin & 0 & 0 \\ -\sin & \cos & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos & \sin \\ 0 & 0 & -\sin & \cos \end{bmatrix}$$

$$k(EA, l) := \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & \frac{-EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-EA}{l} & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Macierz topologii i dane wejściowe

$$\text{top} := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$x1 := 3 \quad y1 := 0$$

$$l1 := \sqrt{x1^2 + y1^2}$$

$$\cos1 := \frac{x1}{l1} \quad \sin1 := \frac{y1}{l1}$$

$$x2 := -3 \quad y2 := 4$$

$$l2 := \sqrt{x2^2 + y2^2}$$

$$\cos2 := \frac{x2}{l2} \quad \sin2 := \frac{y2}{l2}$$

$$EA := 1e4$$

$$x3 := 0 \quad y3 := 4$$

$$l3 := \sqrt{x3^2 + y3^2}$$

$$\cos3 := \frac{x3}{l3} \quad \sin3 := \frac{y3}{l3}$$

Budowa macierzy Boole'a

i := 1.. 2

$$B1_{(4,6)} := 0$$

$$B2_{(4,6)} := 0$$

$$B3_{(4,6)} := 0$$

$$B1_{i, 2 \cdot (\text{top}_{1,1} - 1) + i} := 1$$

$$B2_{i, 2 \cdot (\text{top}_{2,1} - 1) + i} := 1$$

$$B3_{i, 2 \cdot (\text{top}_{3,1} - 1) + i} := 1$$

$$B1_{i+2, 2 \cdot (\text{top}_{1,2} - 1) + i} := 1$$

$$B2_{i+2, 2 \cdot (\text{top}_{2,2} - 1) + i} := 1$$

$$B3_{i+2, 2 \cdot (\text{top}_{3,2} - 1) + i} := 1$$

$$B1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obliczenie macierzy transformacji i macierzy sztywności dla elementów

$$T1 := T(\cos 1, \sin 1)$$

$$K1 := T1^T \cdot k(EA, l1) \cdot T1$$

$$T1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K1 = \begin{bmatrix} 3.33333 \cdot 10^3 & 0 & -3.33333 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.33333 \cdot 10^3 & 0 & 3.33333 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T2 := T(\cos 2, \sin 2)$$

$$K2 := T2^T \cdot k(EA, l2) \cdot T2$$

$$T2 = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.8 & 0 & 0 \\ -0.8 & -0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.6 & 0.8 \\ 0 & 0 & -0.8 & -0.6 \end{bmatrix}$$

$$K2 = \begin{bmatrix} 720 & -960 & -720 & 960 \\ -960 & 1.28 \cdot 10^3 & 960 & -1.28 \cdot 10^3 \\ -720 & 960 & 720 & -960 \\ 960 & -1.28 \cdot 10^3 & -960 & 1.28 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

$$T3 := T(\cos 3, \sin 3)$$

$$K3 := T3^T \cdot k(EA, l3) \cdot T3$$

$$T3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 \cdot 10^3 & 0 & -2.5 \cdot 10^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.5 \cdot 10^3 & 0 & 2.5 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

Agregacja macierzy sztywności

$$K := B1^T \cdot K1 \cdot B1 + B2^T \cdot K2 \cdot B2 + B3^T \cdot K3 \cdot B3$$

$$K = \begin{bmatrix} 3.33333 \cdot 10^3 & 0 & -3.33333 \cdot 10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 \cdot 10^3 & 0 & 0 & 0 & -2.5 \cdot 10^3 \\ -3.33333 \cdot 10^3 & 0 & 4.05333 \cdot 10^3 & -960 & -720 & 960 \\ 0 & 0 & -960 & 1.28 \cdot 10^3 & 960 & -1.28 \cdot 10^3 \\ 0 & 0 & -720 & 960 & 720 & -960 \\ 0 & -2.5 \cdot 10^3 & 960 & -1.28 \cdot 10^3 & -960 & 3.78 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

Budowa wektora obciążeń węzłowych

$$P_6 := 0$$

$$P_6 := -10$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Wektor obciążenia kinematycznego

$$Q_{wb_6} := 0 \quad Q_{wb_4} := -0.001 \quad Q_{wb} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad S := P - K \cdot Q_{wb}$$

Warunki brzegowe (1 - zablokowany stopień swobody)

$$war := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Uwzględnienie warunków brzegowych

$$i := 1..6 \quad I := \text{identity}(6) \quad Id_{i,i} := war_i \quad Ip := I - Id \quad KK := Ip \cdot K \cdot Ip + Id \quad SS := Ip \cdot S$$

$$Id = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Ip = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad KK = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.05333 \cdot 10^3 & 0 & 0 & 960 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 960 & 0 & 0 & 3.78 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \quad SS = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.96 \\ 0 \\ 0 \\ -11.28 \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie układu równań

$$Q := KK^{-1} \cdot SS + Q_{wb} \quad R := K \cdot Q - S$$

Wektor przemieszczeń węzłowych i wektor reakcji

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \cdot 10^{-4} \\ -1 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ -3.11111 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} -1.66667 \\ 7.77778 \\ 0.96 \\ 0.94222 \\ 0.70667 \\ 1.28 \end{bmatrix}$$

Powrót do elementów - obliczenie sił przywęzłowych w elementach

$$f1 := T1 \cdot (K1 \cdot B1 \cdot Q)$$

$$f2 := T2 \cdot (K2 \cdot B2 \cdot Q)$$

$$f3 := T3 \cdot (K3 \cdot B3 \cdot Q)$$

$$f1 = \begin{bmatrix} -1.66667 \\ 0 \\ 1.66667 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$f2 = \begin{bmatrix} 2.77778 \\ 0 \\ -2.77778 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$f3 = \begin{bmatrix} 7.77778 \\ 0 \\ -7.77778 \\ 0 \end{bmatrix}$$

