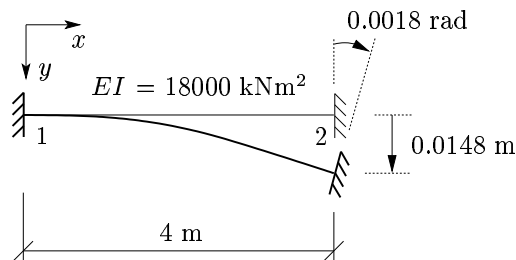
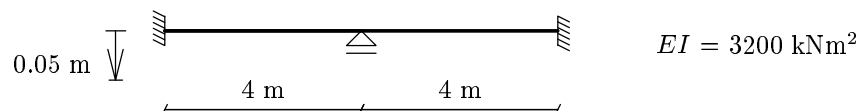


Zadanie 1. Korzystając z interpolacji Hermite'a wyznaczyć ugięcie w połowie belki.

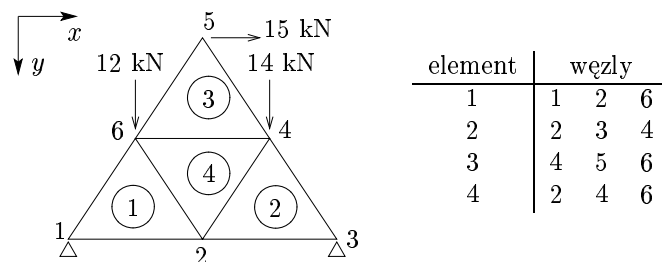


Zadanie 2. Rozwiązać belkę metodą elementów skończonych. Obliczyć MES reakcje i siły przywęzłowe. Sprawdzić równowagę układu. Wykonać wykresy M i Q.



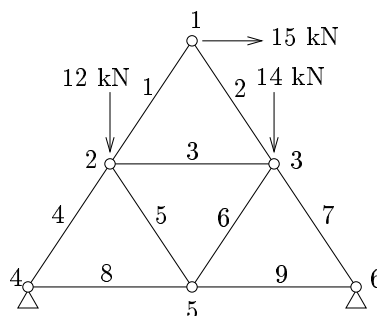
Zadanie 3.

Przedstawić graficznie proces agregacji macierzy sztywności dla elementów 1 i 4 w poniższej tarczy.



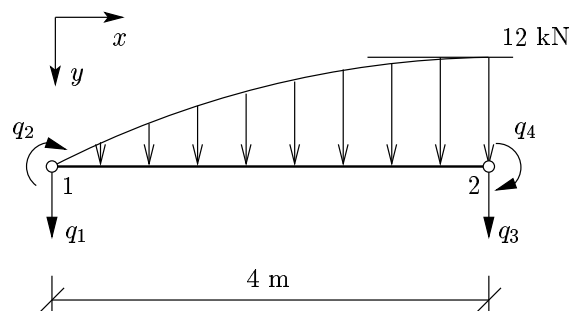
Zapisać globalny wektor $\mathbf{F}$ prawej strony równania MES.

Zadanie 4. Przedstawić graficznie proces agregacji macierzy sztywności dla elementów 2 i 5 w poniższej kratownicy.

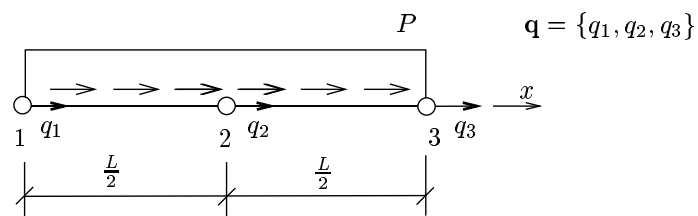


Zapisać globalny wektor $\mathbf{F}$ prawej strony równania MES.

Zadanie 5. Dla dwuwęzłowego elementu belkowego wyznaczyć zastępniki w węźle 1 od obciążenia parabolicznego jak na rysunku.

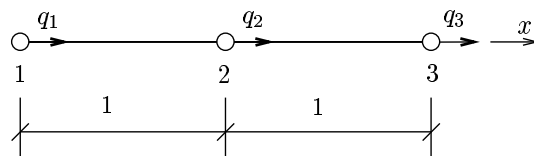


Zadanie 6. Dla trójwęzłowego elementu kratowego wyznaczyć wektor zastępników od obciążenia prostokątnego jak na rysunku.

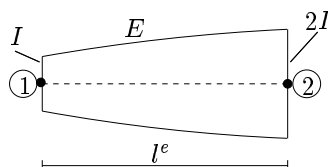


Zadanie 7. Obliczyć wyraz k_{23} macierzy sztywności elementu kratowego trójwęzłowego jak na rysunku.

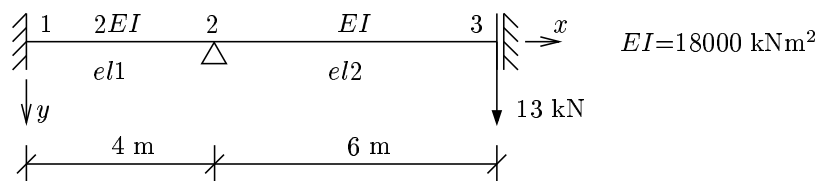
$$\mathbf{D}^e \equiv EA \quad \mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3\}$$



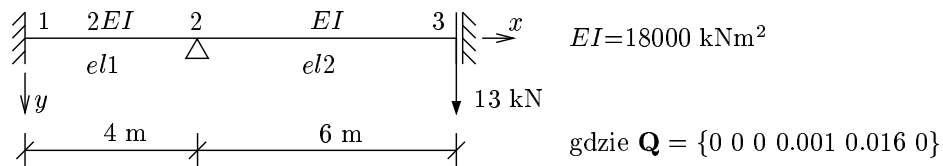
Zadanie 8. Wyprowadzić element k_{12} macierzy sztywności dwuwęzłowego elementu belkowego o liniowo zmiennym momencie bezwładności jak na rysunku.



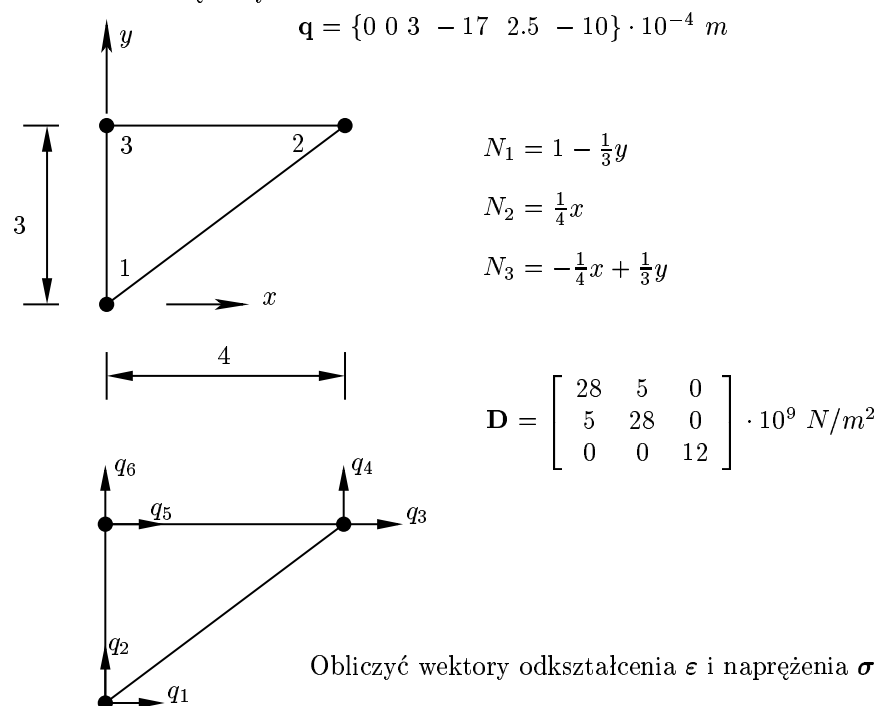
Zadanie 9. Rozwiązać belkę jak na rysunku metodą elementów skończonych (obliczyć wektory przemieszczeń i reakcji oraz wykonać wykresy sił przekrojowych).



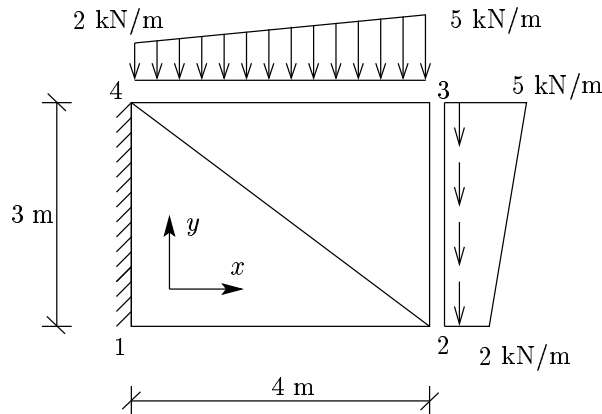
Zadanie 10. Wyznaczyć ugięcie belki w połowie elementu 2 korzystając z interpolacji Hermite'a.



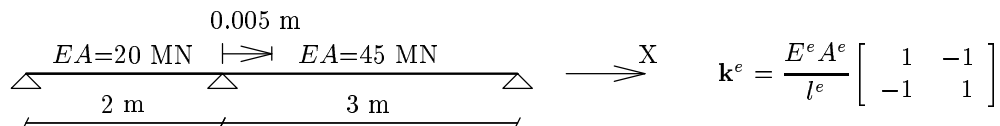
Zadanie 11. Rozwiązując tarczę otrzymano dla elementu skończonego wektor przemieszczeń węzłowych



Zadanie 12. Dla danej tarczy zapisać wektor prawej strony równania MES.

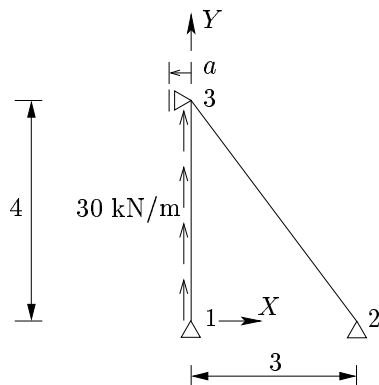


Zadanie 13. Dla podanej kratownicy obliczyć MES siły przywęzłowe i wykonać wykres sił podłużnych. W każdym węźle przyjąć 1 stopień swobody.



Zadanie 14. Wyprowadzić element k_{14} macierzy sztywności dwuwęzłowego elementu belkowego.

Zadanie 15. Rozwiązać kratownicę metodą elementów skończonych

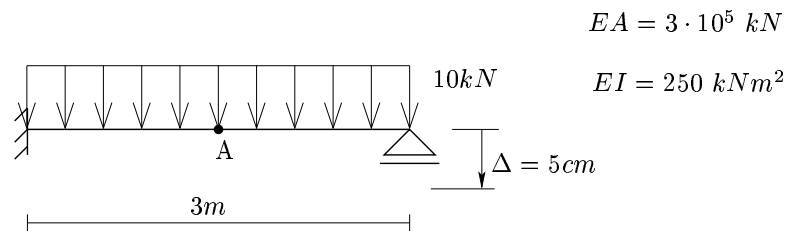


$a = 5 \text{ cm}$ – poziome przesunięcie podpory

$EA = 10^4 \text{ kN}$

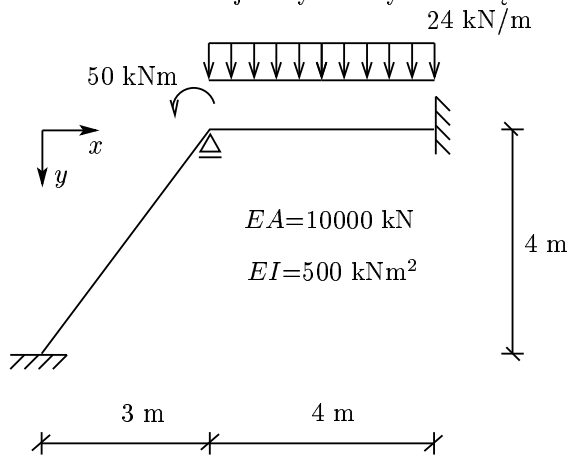
- Obliczyć wektor przemieszczeń węzłów
- Obliczyć siły węzłowe
- Obliczyć reakcje
- Sprawdzić równowagę węzła 3

Zadanie 16. Rozwiązać poniższą konstrukcję metodą elementów skończonych

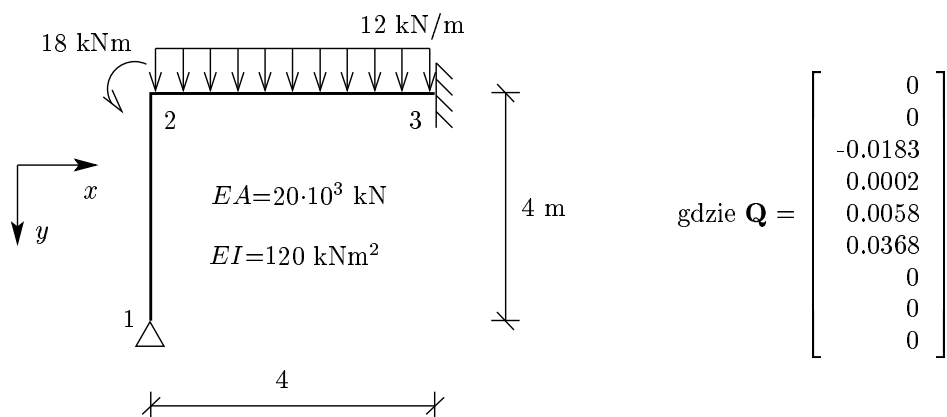


1. Obliczyć wektor przemieszczeń
2. Obliczyć wektor reakcji
3. Wykonać wykresy
4. Obliczyć ugięcie w punkcie A (w połowie elementu)

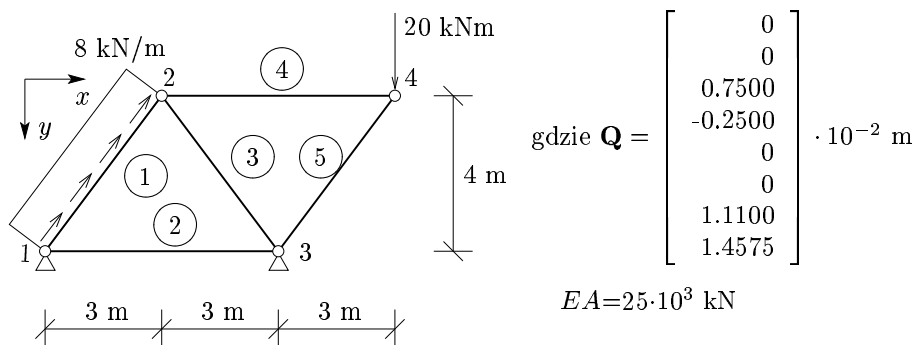
Zadanie 17. Dla danej ramy obliczyć metodą ES reakcje podpór.



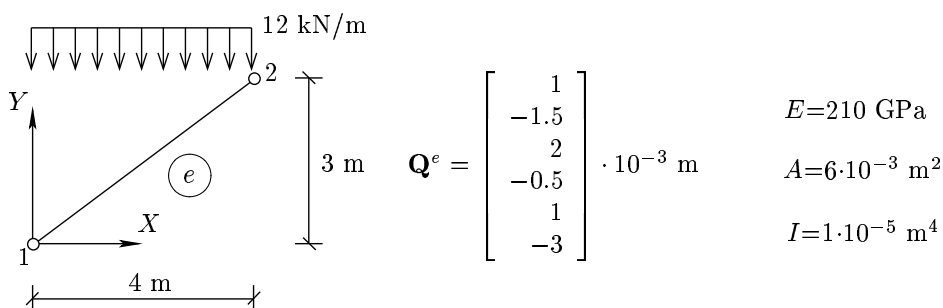
Zadanie 18. Obliczyć siły przywęzłowe (powrót do elementu). Na tej podstawie wykonać wykresy M, Q i N.



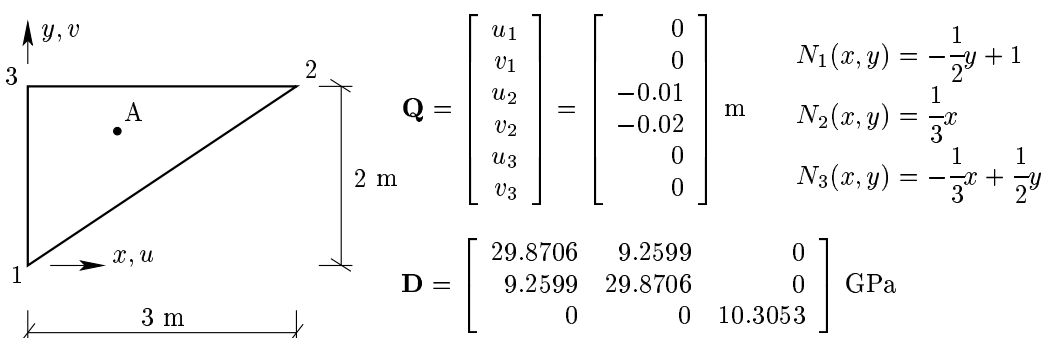
Zadanie 19. Dla elementów 1 i 4 kratownicy obliczyć siły przywęzłowe (powrót do elementu). Na tej podstawie wykonać wykresy N dla tych elementów.



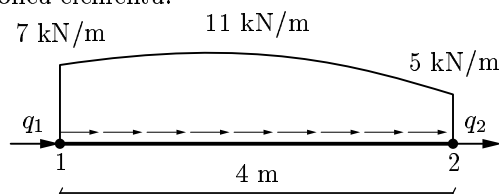
Zadanie 20. Dla danego elementu skończonego ramowego z podanym obciążeniem i wektorem globalnych stopni swobody obliczyć wektor sił przywęzłowych w lokalnym układzie współrzędnych oraz narysować wykresy sił przekrojowych.



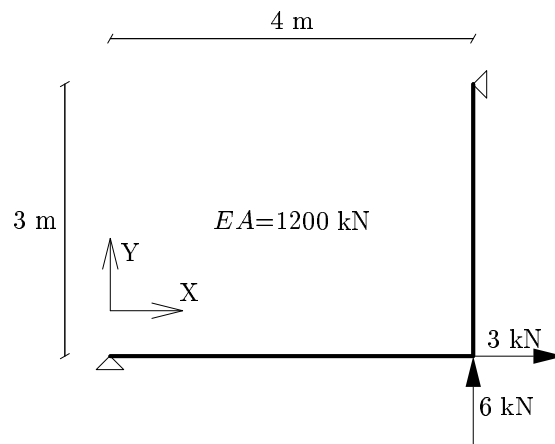
Zadanie 21. Obliczyć metodą elementów skończonych wektory odkształcenia ϵ i naprężenia σ oraz przemieszczenie pionowe w punkcie A – $v_A(1.0, 1.5)$ dla tarczy zdyskretyzowanej jednym elementem skończonym i z danym wektorem stopni swobody. $\mathbf{Q}$



Zadanie 22. Znaleźć drugą składową wektora zastępników dla obciążenia jak na rysunku dla elementu dwuwęzłowego kratowego. Wartości obciążenia podane są na początku, w środku i na końcu elementu.

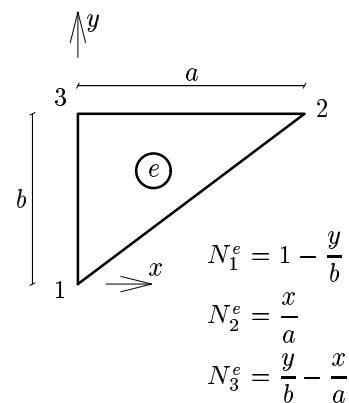
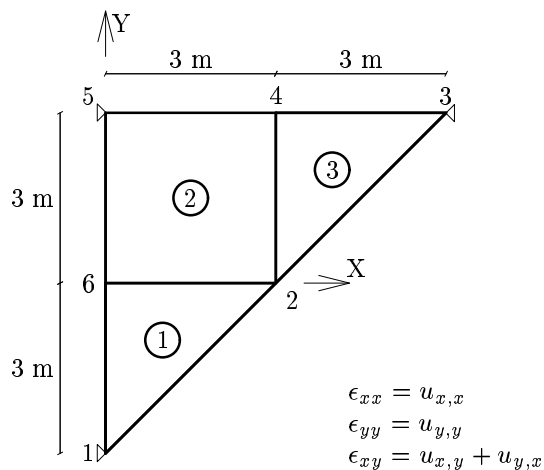


Zadanie 23. Dla podanej kratownicy zbudować i rozwiązać układ równań MES. Obliczyć przemieszczenia, reakcje i siły przywęzłowe. Wykonać wykres sił podłużnych.

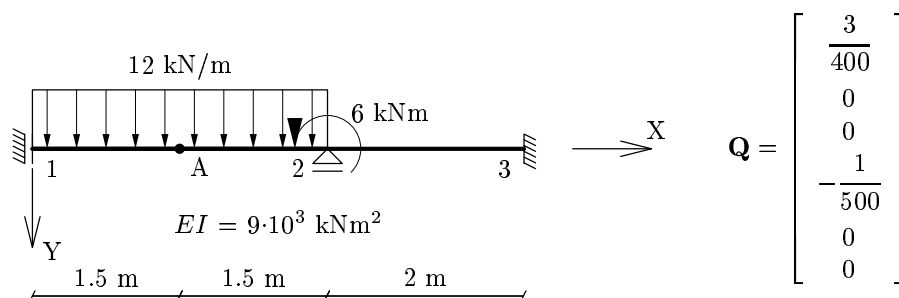


Zadanie 24. Dla elementu 1 wyznaczyć składowe przemieszczenia u_x i u_y oraz wektor odkształceń ϵ w punkcie o współrzędnych $X=1$ $Y=-1$ przy założeniu płaskiego stanu naprężenia. Globalny wektor przemieszczeń ma postać:

$$\mathbf{Q} = \{ 0 \ 0 \ -1 \ -3 \ 0 \ 0 \ 2 \ -2 \ 0 \ 0 \ -1 \ -2 \} \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

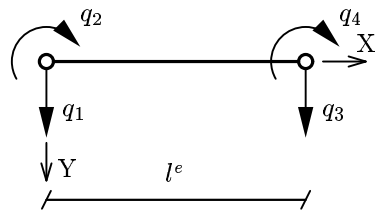


Zadanie 25. Dla danej belki obliczono MES wektor przemieszczeń przyjmując zaznaczoną numerację węzłów oraz podział na 2 ES. Zaznaczyć przemieszczenia węzłowe na rysunku odkształconej belki. Stosując procedurę MES obliczyć ugięcie w punkcie A. Obliczyć MES siły przywęzłowe oraz narysować wykresy sił przekrojowych.



POTRZEBNE WZORY:

Funkcje interpolacyjne Hermita



$$\begin{aligned}
 H_1 &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\
 H_2 &= l^e(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\
 H_3 &= 3\xi^2 - 2\xi^3 \\
 H_4 &= l^e(\xi^3 - \xi^2) \\
 \xi &= x/l^e
 \end{aligned}$$

Element kratowy - macierz sztywności w układzie globalnym

$$\mathbf{K}^e = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}^e \quad \text{gdzie } c = \cos \alpha, s = \sin \alpha$$

Element belkowy - macierz sztywności

$$\mathbf{k}^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}^e$$

Element ramowy - macierz sztywności

$$\mathbf{k}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}^e$$
