

Zadanie 1. Podane równanie różniczkowe rozwiązać MES przyjmując podział dziedziny zadania na dwa elementy skończone o liniowej interpolacji. Naszkicować rozwiązanie przybliżone.

$$y'' + 2y = 2, \quad y'(0) = 0, y(4) = 1.$$

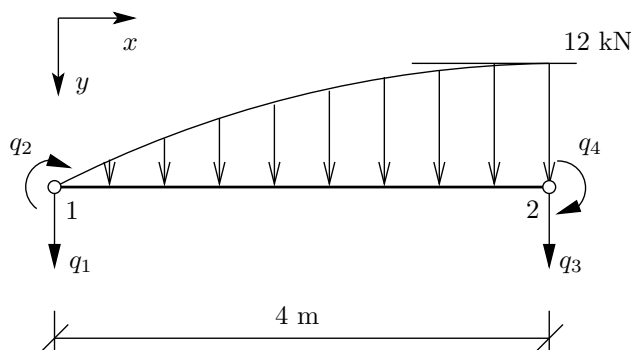
Zadanie 2. Dla danego problemu brzegowego:

$$y'' = 6x, \quad x \in [-1, 2], \quad y(-1) = 1, \quad y'(2) = -1$$

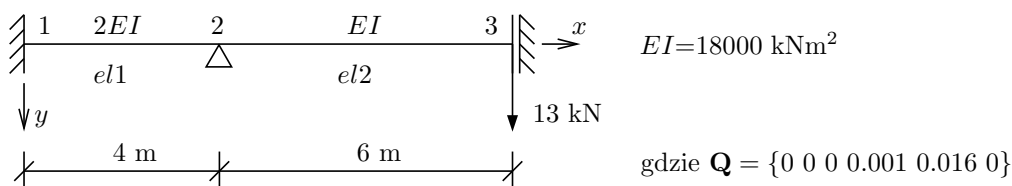
obliczyć wartości niewiadomej funkcji w węzłach dla słabego sformułowania Bubnowa-Galerkina, przy użyciu trzech liniowych ES o równych długościach. Dla pojedynczego elementu zachodzi równość: $\mathbf{K}^e \mathbf{Q}^e = \mathbf{P}^e + \mathbf{P}_b^e$, ($x = x^e + d^e$), gdzie:

$$\mathbf{K}^e = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}^e = - \begin{bmatrix} 1 + 3d^e \\ 2 + 3d^e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_b^e = \begin{bmatrix} -y'(0^e) \\ y'(l^e) \end{bmatrix}$$

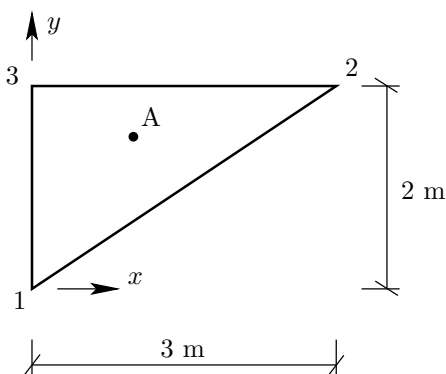
Zadanie 3. Mając dane funkcje interpolacyjne Hermite'a wyznaczyć zastępnik Z_1 dla dwuwęzłowego elementu belkowego i obciążenia parabolicznego jak na rysunku.



Zadanie 4. Wyznaczyć ugięcie belki w połowie elementu 2 korzystając z interpolacji Hermite'a.



Zadanie 5. Obliczyć wektor gęstości strumienia ciepła $\mathbf{q}$ oraz temperaturę w punkcie A(1.0,1.5) dla tarczy zdyskretyzowanej jednym elementem skończonym. Dane są wektor stopni swobody $\mathbf{a}$, macierz przewodności $\mathbf{k}$ i funkcje kształtu.



$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3.5 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \text{ J/} ^\circ\text{Cms}$$

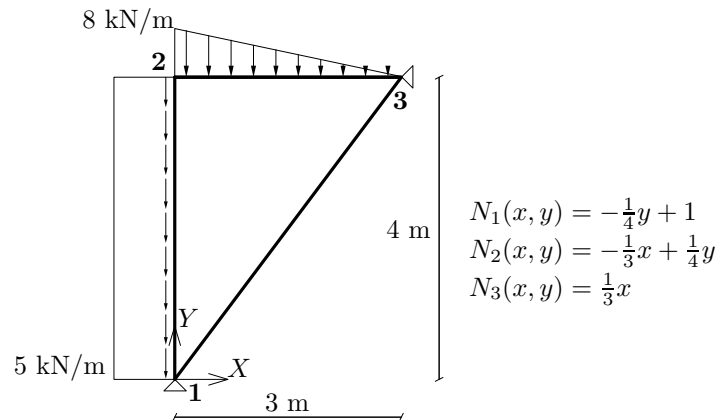
$$N_1(x, y) = -\frac{1}{2}y + 1$$

$$N_2(x, y) = \frac{1}{3}x$$

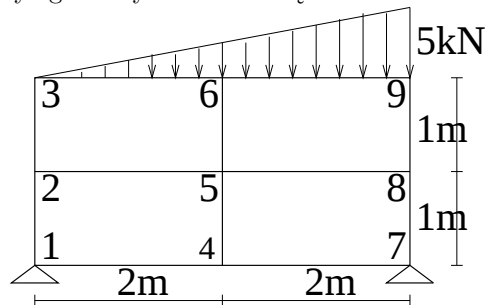
$$N_3(x, y) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y$$

Zadanie 6.

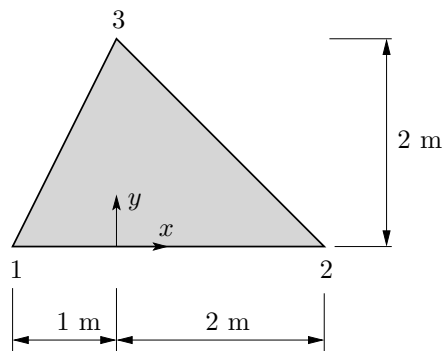
Podaną konstrukcję tarczową zdyskretyzowano jednym, trójwęzłowym elementem skończonym. Wyznaczyć wektor prawej strony do obliczeń MES.



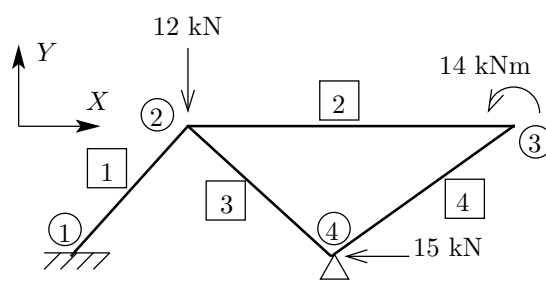
Zadanie 7. Dla tarczy (problem płaskiego stanu naprężenia) zdyskretyzowanej za pomocą 4 elementów skończonych obliczyć globalny wektor obciążenia.



Zadanie 8. Wyprowadzić funkcje kształtu dla trójkątnego tarczowego elementu skończonego.

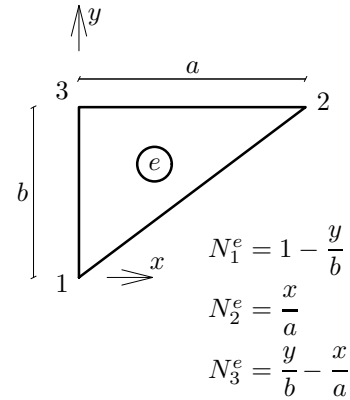
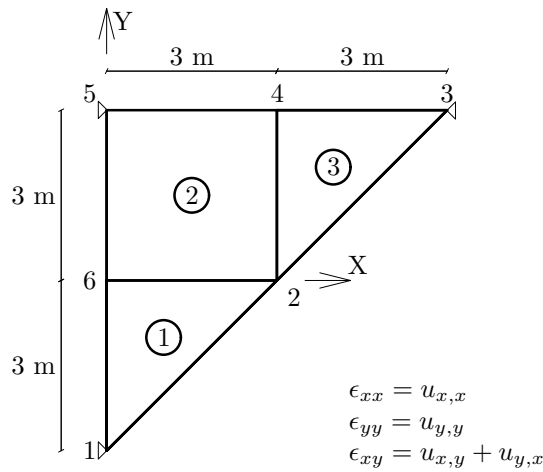


Zadanie 9. Przedstawić graficznie proces agregacji macierzy sztywności dla elementów 2 i 3 w poniższej ramie. Zapisać globalny wektor $\mathbf{F}$ prawej strony równania MES.

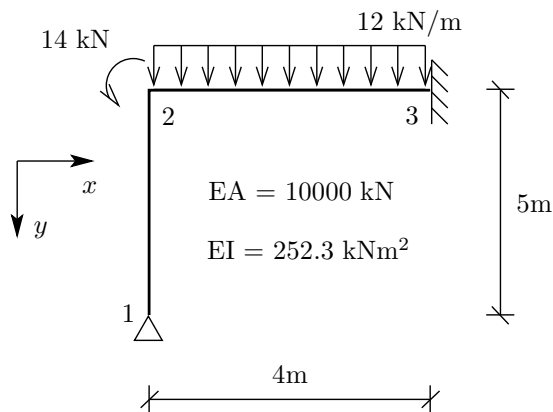


Zadanie 10. Dla elementu 1 wyznaczyć składowe przemieszczenia u_x i u_y oraz wektor odkształceń ϵ w punkcie o współrzędnych $X=1$ $Y=-1$ przy założeniu płaskiego stanu naprężenia. Globalny wektor przemieszczeń ma postać:

$$\mathbf{Q} = \{ 0 \ 0 \ -1 \ -3 \ 0 \ 0 \ 2 \ -2 \ 0 \ 0 \ -1 \ -2 \} \cdot 10^{-4} \text{ m}$$



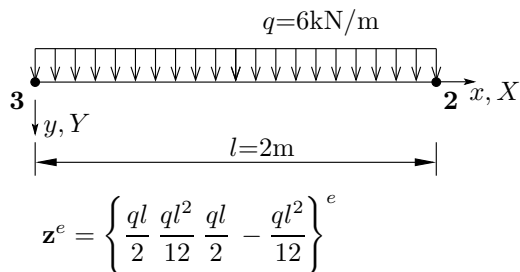
Zadanie 11. Zapisać wektor prawej strony równania MES dla podanej ramy.



$$\begin{aligned}
 H_1 &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\
 H_2 &= l^e(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\
 H_3 &= 3\xi^2 - 2\xi^3 \\
 H_4 &= l^e(\xi^3 - \xi^2) \\
 \xi &= x/l^e
 \end{aligned}$$

Zadanie 12. Dla podanego elementu belkowego na podstawie znanego globalnego wektora stopni swobody obliczyć MES siły przywęzłowe i wykonać wykresy sił przekrojowych dla tego elementu. (Należy zwrócić uwagę na globalne numery węzłów.)

$$E = 20 \cdot 10^6 \text{ kPa} \quad I = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$



$$\mathbf{k}^e = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}^e$$

$$\mathbf{Q} = \{0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0 \ -2 \ 0 \ 2 \ -1 \ 2 \ 0 \ -3\} \cdot 10^{-3} \text{ m}$$