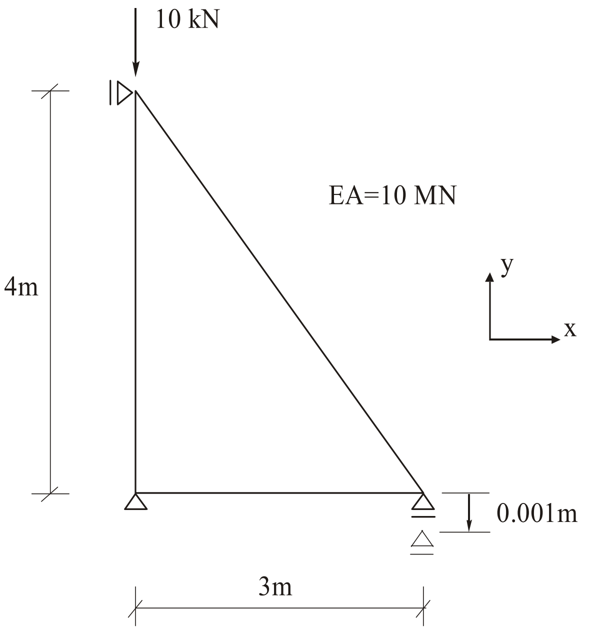


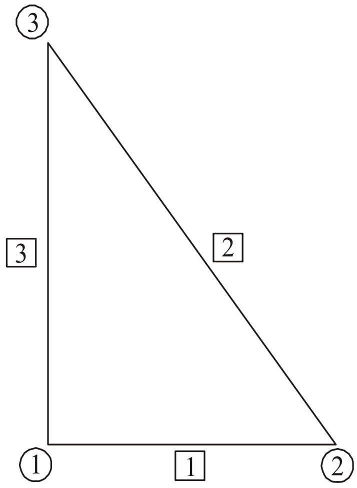


Definicja macierzy sztywności i transformacji

$ORIGIN := 1$

$$T(\cos,\sin) := \begin{pmatrix} \cos & \sin & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos & \sin \end{pmatrix} \qquad k(EA,l) := \begin{pmatrix} \frac{EA}{l} & \frac{-EA}{l} \\ \frac{-EA}{l} & \frac{EA}{l} \end{pmatrix}$$

Macierz topologii i dane wejściowe

$$top := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$x1 := 3 \quad y1 := 0 \quad l1 := \sqrt{x1^2 + y1^2} \quad cos1 := \frac{x1}{l1} \quad sin1 := \frac{y1}{l1}$$

$$x2 := -3 \quad y2 := 4 \quad l2 := \sqrt{x2^2 + y2^2} \quad cos2 := \frac{x2}{l2} \quad sin2 := \frac{y2}{l2}$$

$$EA := 1e4 \qquad x3 := 0 \quad y3 := 4 \quad l3 := \sqrt{x3^2 + y3^2} \quad cos3 := \frac{x3}{l3} \quad sin3 := \frac{y3}{l3}$$

Budowa macierzy Boole'a

$i := 1 .. 2$

$$B1_{(4,6)} := 0 \qquad B2_{(4,6)} := 0 \qquad B3_{(4,6)} := 0$$

$$B1_{i,2\cdot(top_{1,1}-1)+i} := 1 \qquad B2_{i,2\cdot(top_{2,1}-1)+i} := 1 \qquad B3_{i,2\cdot(top_{3,1}-1)+i} := 1$$

$$B1_{i+2,2\cdot(top_{1,2}-1)+i} := 1 \qquad B2_{i+2,2\cdot(top_{2,2}-1)+i} := 1 \qquad B3_{i+2,2\cdot(top_{3,2}-1)+i} := 1$$

$$B1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad B2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Obliczenie macierzy transformacji i macierzy sztywności dla elementów

$T1 := T(\cos1, \sin1)$ $K1 := T1^{T} \cdot k(EA, l1) \cdot T1$

$$T1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad K1 = \begin{pmatrix} 3.33333 \times 10^{3} & 0 & -3.33333 \times 10^{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.33333 \times 10^{3} & 0 & 3.33333 \times 10^{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$T2 := T(\cos2, \sin2)$ $K2 := T2^{T} \cdot k(EA, l2) \cdot T2$

$$T2 = \begin{pmatrix} -0.6 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.6 & 0.8 \end{pmatrix} \qquad K2 = \begin{pmatrix} 720 & -960 & -720 & 960 \\ -960 & 1.28 \times 10^{3} & 960 & -1.28 \times 10^{3} \\ -720 & 960 & 720 & -960 \\ 960 & -1.28 \times 10^{3} & -960 & 1.28 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

$T3 := T(\cos3, \sin3)$ $K3 := T3^{T} \cdot k(EA, l3) \cdot T3$

$$T3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad K3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 \times 10^{3} & 0 & -2.5 \times 10^{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.5 \times 10^{3} & 0 & 2.5 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

Agregacja macierzy sztywności

$K := B1^{T} \cdot K1 \cdot B1 + B2^{T} \cdot K2 \cdot B2 + B3^{T} \cdot K3 \cdot B3$

$$K = \begin{pmatrix} 3.33333 \times 10^{3} & 0 & -3.33333 \times 10^{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 \times 10^{3} & 0 & 0 & 0 & -2.5 \times 10^{3} \\ -3.33333 \times 10^{3} & 0 & 4.05333 \times 10^{3} & -960 & -720 & 960 \\ 0 & 0 & -960 & 1.28 \times 10^{3} & 960 & -1.28 \times 10^{3} \\ 0 & 0 & -720 & 960 & 720 & -960 \\ 0 & -2.5 \times 10^{3} & 960 & -1.28 \times 10^{3} & -960 & 3.78 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

Budowa wektora obciążeń węzłowych

$P_6 := 0$ $P_6 := -10$ $$P = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Wektor obciążenia kinematycznego

$$Q_{wb_6} := 0 \qquad Q_{wb_4} := -0.001 \qquad Q_{wb} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad S := P - K \cdot Q_{wb}$$

Warunki brzegowe (1 - zablokowany stopień swobody)

$$war := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Uwzględnienie warunków brzegowych

$$i := 1..6 \quad I := \mathrm{identity}(6) \quad Id_{i,i} := war_i \quad Ip := I - Id \quad KK := Ip \cdot K \cdot Ip + Id \quad SS := Ip \cdot S$$

$$Id = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Ip = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad KK = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4.05333 \times 10^{3} & 0 & 0 & 960 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 960 & 0 & 0 & 3.78 \times 10^{3} \end{pmatrix} \quad SS = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.96 \\ 0 \\ 0 \\ -11.28 \end{pmatrix}$$

Rozwiązanie układu równań

$$Q := KK^{-1} \cdot SS + Q_{wb} \qquad R := K \cdot Q - P$$

Wektor przemieszczeń węzłowych i wektor reakcji

$$Q = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \times 10^{-4} \\ -1 \times 10^{-3} \\ 0 \\ -3.11111 \times 10^{-3} \end{pmatrix} \qquad R = \begin{pmatrix} -1.66667 \\ 7.77778 \\ 0 \\ 2.22222 \\ 1.66667 \\ -1.77636 \times 10^{-15} \end{pmatrix}$$

Powrót do elementów - obliczenie sił przywęzłowych w elementach

$f1 := T1 \cdot (K1 \cdot B1 \cdot Q)$ $f2 := T2 \cdot (K2 \cdot B2 \cdot Q)$ $f3 := T3 \cdot (K3 \cdot B3 \cdot Q)$

$f1 = \begin{pmatrix} -1.66667 \\ 1.66667 \end{pmatrix}$ $f2 = \begin{pmatrix} 2.77778 \\ -2.77778 \end{pmatrix}$ $f3 = \begin{pmatrix} 7.77778 \\ -7.77778 \end{pmatrix}$