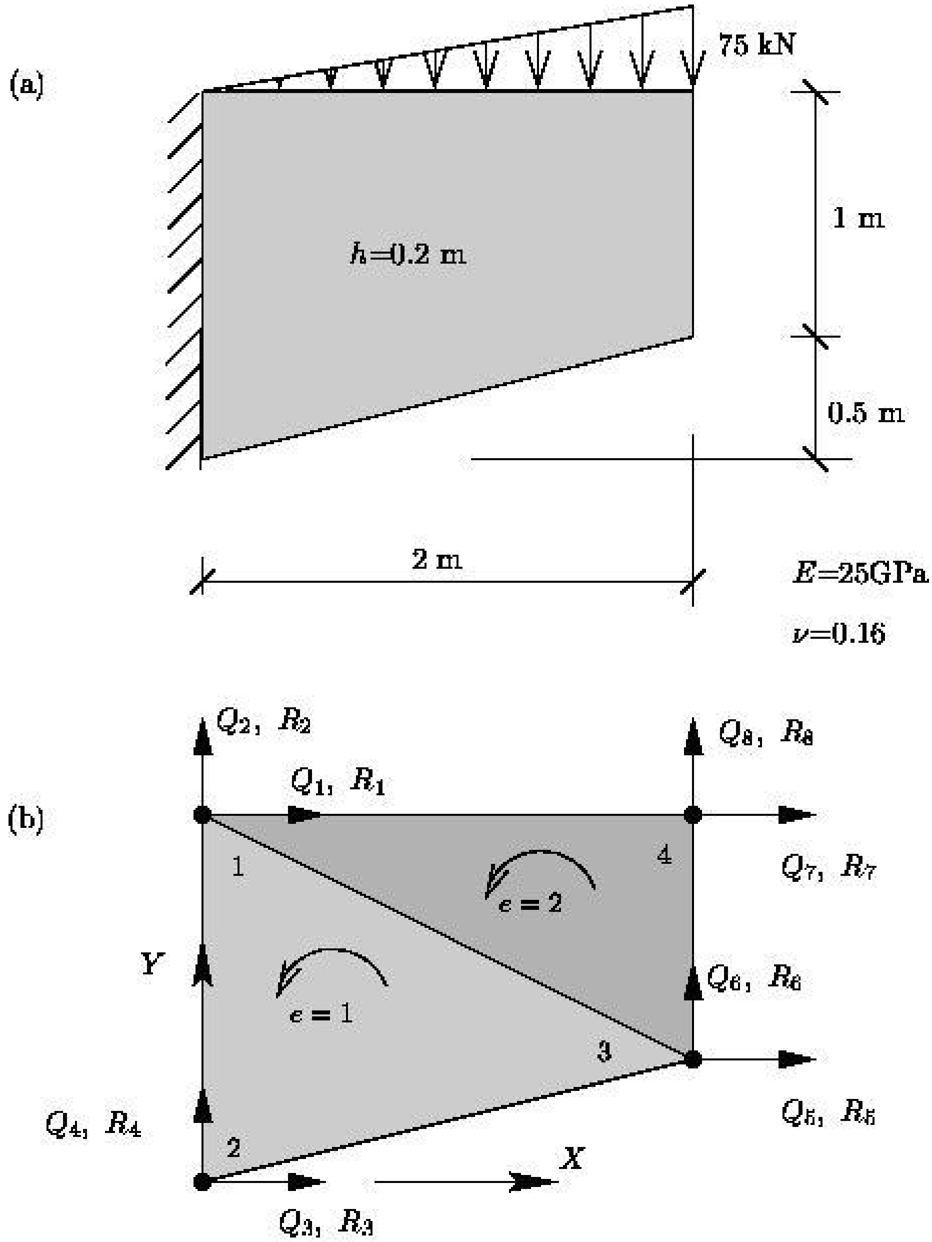

Rys.1. Tarcza (a) oraz jej model skończenie elementowy (b)

ORIGIN := 1

Stałe materiałowe

$E := 25e6 \qquad v := 0.16 \qquad h := 0.2$

$$wsp := \begin{bmatrix} 0 & 1.5 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0.5 \\ 2 & 1.5 \end{bmatrix} \qquad top := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Wzór na obliczenie pola elementów

$$A(e) := \frac{1}{2}\cdot\left|\begin{bmatrix} wsp_{(top_{e,1}),1} & wsp_{(top_{e,2}),1} & wsp_{(top_{e,3}),1} \\ wsp_{(top_{e,1}),2} & wsp_{(top_{e,2}),2} & wsp_{(top_{e,3}),2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\right|$$

Obliczenie modułu sprężystości

$$D := \frac{E}{(1-v^2)}\cdot\begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 2.566\cdot10^7 & 4.105\cdot10^6 & 0 \\ 4.105\cdot10^6 & 2.566\cdot10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 1.078\cdot10^7 \end{bmatrix}$$

Macierz pochodnych funkcji kształtu

$$b(e,i,j,k) := wsp_{\left(top_{e,i}\right),k} - wsp_{\left(top_{e,j}\right),k}$$

$$B(e) := \frac{1}{2\cdot A(e)}\cdot\begin{bmatrix} b(e,2,3,2) & 0 & b(e,3,1,2) & 0 & b(e,1,2,2) & 0 \\ 0 & b(e,3,2,1) & 0 & b(e,1,3,1) & 0 & b(e,2,1,1) \\ b(e,3,2,1) & b(e,2,3,2) & b(e,1,3,1) & b(e,3,1,2) & b(e,2,1,1) & b(e,1,2,2) \end{bmatrix}$$

$A(1) = 1.5$ $\qquad$ $A(2) = 1$

$$B(1) = \begin{bmatrix} -0.167 & 0 & -0.333 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.667 & 0 & -0.667 & 0 & 0 \\ 0.667 & -0.167 & -0.667 & -0.333 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \qquad B(2) = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -0.5 & -1 & 0 & 1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Macierze sztywności

$$K(e) := B(e)^T\cdot D\cdot B(e)\cdot h\cdot A(e)$$

$$K(1) = \begin{bmatrix} 1.651\cdot10^6 & -4.96\cdot10^5 & -1.009\cdot10^6 & -5.816\cdot10^5 & -6.414\cdot10^5 & 1.078\cdot10^6 \\ -4.96\cdot10^5 & 3.511\cdot10^6 & 8.552\cdot10^4 & -3.241\cdot10^6 & 4.105\cdot10^5 & -2.694\cdot10^5 \\ -1.009\cdot10^6 & 8.552\cdot10^4 & 2.292\cdot10^6 & 9.921\cdot10^5 & -1.283\cdot10^6 & -1.078\cdot10^6 \\ -5.816\cdot10^5 & -3.241\cdot10^6 & 9.921\cdot10^5 & 3.78\cdot10^6 & -4.105\cdot10^5 & -5.388\cdot10^5 \\ -6.414\cdot10^5 & 4.105\cdot10^5 & -1.283\cdot10^6 & -4.105\cdot10^5 & 1.924\cdot10^6 & 0 \\ 1.078\cdot10^6 & -2.694\cdot10^5 & -1.078\cdot10^6 & -5.388\cdot10^5 & 0 & 8.082\cdot10^5 \end{bmatrix}$$

$$K(2) = \begin{bmatrix} 1.283\cdot10^6 & 0 & 0 & 4.105\cdot10^5 & -1.283\cdot10^6 & -4.105\cdot10^5 \\ 0 & 5.388\cdot10^5 & 1.078\cdot10^6 & 0 & -1.078\cdot10^6 & -5.388\cdot10^5 \\ 0 & 1.078\cdot10^6 & 2.155\cdot10^6 & 0 & -2.155\cdot10^6 & -1.078\cdot10^6 \\ 4.105\cdot10^5 & 0 & 0 & 5.131\cdot10^6 & -4.105\cdot10^5 & -5.131\cdot10^6 \\ -1.283\cdot10^6 & -1.078\cdot10^6 & -2.155\cdot10^6 & -4.105\cdot10^5 & 3.438\cdot10^6 & 1.488\cdot10^6 \\ -4.105\cdot10^5 & -5.388\cdot10^5 & -1.078\cdot10^6 & -5.131\cdot10^6 & 1.488\cdot10^6 & 5.67\cdot10^6 \end{bmatrix}$$

Macierze Boole'a

$i := 1..2$

$B1_{6,8} := 0$ $\qquad$ $B2_{6,8} := 0$

$B1_{i,2\cdot\left(top_{1,1}-1\right)+i} := 1$ $\qquad$ $B2_{i,2\cdot\left(top_{2,1}-1\right)+i} := 1$

$B1_{i+2,2\cdot\left(top_{1,2}-1\right)+i} := 1$ $\qquad$ $B2_{i+2,2\cdot\left(top_{2,2}-1\right)+i} := 1$

$B1_{i+4,2\cdot\left(top_{1,3}-1\right)+i} := 1$ $\qquad$ $B2_{i+4,2\cdot\left(top_{2,3}-1\right)+i} := 1$

$$B1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad B2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Agregacja macierzy sztywności

$$K := B1^T \cdot K(1) \cdot B1 + B2^T \cdot K(2) \cdot B2$$

$$K = \begin{bmatrix} 2.933\cdot10^{6} & -4.96\cdot10^{5} & -1.009\cdot10^{6} & -5.816\cdot10^{5} & -6.414\cdot10^{5} & 1.488\cdot10^{6} & -1.283\cdot10^{6} & -4.105\cdot10^{5} \\ -4.96\cdot10^{5} & 4.05\cdot10^{6} & 8.552\cdot10^{4} & -3.241\cdot10^{6} & 1.488\cdot10^{6} & -2.694\cdot10^{5} & -1.078\cdot10^{6} & -5.388\cdot10^{5} \\ -1.009\cdot10^{6} & 8.552\cdot10^{4} & 2.292\cdot10^{6} & 9.921\cdot10^{5} & -1.283\cdot10^{6} & -1.078\cdot10^{6} & 0 & 0 \\ -5.816\cdot10^{5} & -3.241\cdot10^{6} & 9.921\cdot10^{5} & 3.78\cdot10^{6} & -4.105\cdot10^{5} & -5.388\cdot10^{5} & 0 & 0 \\ -6.414\cdot10^{5} & 1.488\cdot10^{6} & -1.283\cdot10^{6} & -4.105\cdot10^{5} & 4.079\cdot10^{6} & 0 & -2.155\cdot10^{6} & -1.078\cdot10^{6} \\ 1.488\cdot10^{6} & -2.694\cdot10^{5} & -1.078\cdot10^{6} & -5.388\cdot10^{5} & 0 & 5.94\cdot10^{6} & -4.105\cdot10^{5} & -5.131\cdot10^{6} \\ -1.283\cdot10^{6} & -1.078\cdot10^{6} & 0 & 0 & -2.155\cdot10^{6} & -4.105\cdot10^{5} & 3.438\cdot10^{6} & 1.488\cdot10^{6} \\ -4.105\cdot10^{5} & -5.388\cdot10^{5} & 0 & 0 & -1.078\cdot10^{6} & -5.131\cdot10^{6} & 1.488\cdot10^{6} & 5.67\cdot10^{6} \end{bmatrix}$$

Wektor prawej strony - zastępniki

sila := (p1 p2 kierunek wez1 wez2) $\quad sila := (0\ \ -75\ \ 1\ \ 1\ \ 4)$

$$P_{8,1} := 0 \qquad s := 1 \qquad l_s := \sqrt{\left[wsp_{\left(sila_{s,5}\right),1} - wsp_{\left(sila_{s,4}\right),1}\right]^2 + \left[wsp_{\left(sila_{s,5}\right),2} - wsp_{\left(sila_{s,4}\right),2}\right]^2}$$

$$P_{2\cdot sila_{s,5}-1+sila_{s,3},1} := \left(\frac{sila_{s,1}}{6} + \frac{sila_{s,2}}{3}\right)\cdot l_s$$

$$P_{2\cdot sila_{s,4}-1+sila_{s,3},1} := \left(\frac{sila_{s,1}}{3} + \frac{sila_{s,2}}{6}\right)\cdot l_s$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ -25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50 \end{bmatrix}$$

Warunki brzegowe - zablokowane nr stopni swobody

$$war := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Uwzględnienie warunków brzegowych

$$i := 1..4 \qquad I := identity(8) \qquad Id_{8,8} := 0 \qquad Id_{war_i, war_i} := 1 \qquad Ip := I - Id \qquad KK := Ip\cdot K\cdot Ip + Id \qquad PP := Ip\cdot P$$

Rozwiązanie równania MES

$$Q := KK^{-1}\cdot PP$$

$$R := K\cdot Q - P$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -8.182\cdot10^{-6} \\ -5.213\cdot10^{-5} \\ 1.529\cdot10^{-5} \\ -6.156\cdot10^{-5} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} -66.667 \\ 43.556 \\ 66.667 \\ 31.444 \\ -7.459\cdot10^{-15} \\ -1.749\cdot10^{-14} \\ 3.199\cdot10^{-15} \\ 1.421\cdot10^{-14} \end{bmatrix}$$

Powrót do elementów

$Q1 := B1 \cdot Q$

$$Q1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -8.182 \cdot 10^{-6} \\ -5.213 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$Q2 := B2 \cdot Q$

$$Q2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -8.182 \cdot 10^{-6} \\ -5.213 \cdot 10^{-5} \\ 1.529 \cdot 10^{-5} \\ -6.156 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_1 := B(1) \cdot Q1$

$$\varepsilon_1 = \begin{bmatrix} -4.091 \cdot 10^{-6} \\ 0 \\ -2.606 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_2 := B(2) \cdot Q2$

$$\varepsilon_2 = \begin{bmatrix} 7.646 \cdot 10^{-6} \\ -9.433 \cdot 10^{-6} \\ -7.306 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix}$$

$\sigma_1 := D \cdot \varepsilon_1$

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} -104.964 \\ -16.794 \\ -280.851 \end{bmatrix}$$

$\sigma_2 := D \cdot \varepsilon_2$

$$\sigma_2 = \begin{bmatrix} 157.446 \\ -210.638 \\ -78.723 \end{bmatrix}$$